

國中組—根號與近似值

(一) 教學設計理念說明

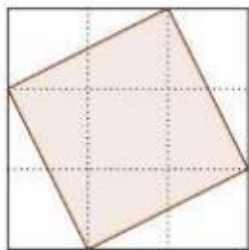
本單元為學習**根號與近似值**課程內容，讓學生透過分組活動與討論找出某些正方形的邊長，進而發現無理數的存在，

(二)教學單元案例

領域/科目		數學		設計者		李偉任教師 潘漢文教師	
實施年級		八年級		總節數		共 2 節，90 分鐘	
單元名稱			根號與近似值				
設計依據							
學習 重點	學習 表現	n-IV-9 使用計算機計算比值、複雜的數式、小數或根式等四則運算與三角比的近似值問題。並能理解計算機可能產生誤差。		核心 素養	數-J-A2 具備有理數、根式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。		
	學習 內容	N-8-2 二次方根的近似值:二次方根的近似值;二次方根的整數部份;十分逼近法。使用計算機 $\sqrt{\quad}$ 鍵。			數-J-B2 具備正確使用計算機以增進學習的素養，包含知道其適用性與限制、認識其與數學知識的輔成價值、並能用以執行數學程序。能認識統計資料的基本特徵。 數-C2 具備和他人合作解決問題的素養，並能尊重多元的問題解法，建立良好的互動關係。		
議題 融入	實質 內涵						
	所融 入之 學習 重點						
與其他領域/ 科目的連結							
教材來源		翰林第三冊.					

教學設備/資源	自編教材學生學習單、小組用計算機。		
學習目標			
1. 學生透過任務情境，覺察正方形面積與邊長的關係，並能從正方形面積求出邊長。 2. 學生透過動手算與計算機實作，覺察十分逼近法，並能求出近似值。 3. 學生學習使用計算機的 $\sqrt{\quad}$ 鍵求出近似值。 4. 學生覺察某些正方形面積的邊長只能求出近似值，教師再講解根號的意義。 5. 學生透過代數式 $\square^2 = a, a > 0$ ，覺察 \square 可以是正數或負數，進而理解平方根的意義。			
教學活動設計			
教學活動內容及實施方式	時間 (分)	備註	
<p>在平常生活中我們有時候會手做一些手工藝，常常會利用到一些正方形色紙，而正方形色紙的邊長與面積卻有著特別美妙的關係，而我們就從這關係觀察且學習如何運用此關係。</p> <p>任務一：(讓學生觀察邊長與面積的關係)</p> <p>1、上述小明所說的色紙邊長，其面積各為多少平方公分呢？</p> <p>2、如果只給色紙的面積大小，你能夠推論出這張色紙的邊長嗎？試著說說看原因，或是嘗試舉例。</p> <p>任務二：(讓學生觀察非特殊面積的邊長要怎麼表示)</p> <p>1、請先猜猜看，這塊面積為 2 平方公分的色紙，邊長應該是介於哪兩個正整數之間呢？</p> <p>2、請你估計面積為 2 平方公分色紙的邊長至小數後第一位。</p>		<p>數-C2 學生透過任務情境，覺察正方形面積與邊長的關係，並能從正方形面積求出邊長。</p> <p>數-J-B2 學生透過動手算與計算機實作，覺察十分逼近法，並能求出近似值。</p>	

<p>3、請你利用計算機估計面積為 2 平方公分色紙的邊長至小數後第二位。</p> <p>4、利用計算機的$\sqrt{\square}$ 鍵求出面積為 2 平方公分色紙的邊長。</p> <p>5、依照上題所求得的數字平方，看是否等於 2?為什麼?</p> <p style="text-align: center;">(第一節課堂結束)</p> <p>任務三:(由任務二所學找出下列的答案)</p> <p>1、試著想想看，面積為 3 平方公分的色紙，其邊長為何?(用根號表示)</p> <p>2、面積為 5 平方公分的色紙，其邊長為何?(用根號表示)</p> <p>3、面積為 16 平方公分的色紙，其邊長為何?</p> <p>4、邊長為$\sqrt{15}$平方公分的色紙，其面積為何?</p> <p>任務四：(經由觀察學習找出平方根的規律)</p> <p>請試著幫小明計算，下面這張色紙的邊長為何?(邊長用根號</p>		<p>n-IV-9 N-8-2 學生學習使用計算機的$\sqrt{\square}$鍵求出近似值。</p> <p>數-J-A2</p> <p>數-J-A2 數-C2</p>
--	--	---



表示)

想想看 1 $\square^2 = 4$ ，請問 $\square = ?$

想想看 2 $\square^2 = 2$ ，請問 $\square = ?$

*小結：由上面的想想看可得，若 $\square^2 = a$ ，

則 $\square = \sqrt{a}$ 或 $-\sqrt{a}$ ，

此時稱 \sqrt{a} 與 $-\sqrt{a}$ 為 a 的平方根。

任務五：(由任務四找出下列答案)

1、請求出 9 的平方根為何？

2、請求出 5 的平方根為何？

(第二堂課結束)

學生透過代數式

$$\square^2 = a \cdot a >$$

0，覺察 \square 可以是正數或負數，進而理解平方根的意義。

數-J-A2

試教成果：

參考資料：

網址：

附錄：

根號與近似值



小明：嘿！剛剛我去了書局買了一包色紙，裡面有各式各樣大小及不同顏色的色紙，真是超級美的啊！一定可以摺出很多可愛的動物。

小美：喔～裡面有怎麼樣的顏色及大小，因為有些動物可能需要大一點的色紙，有些只需要小張的色紙就可以摺出了，而且尺寸也要與顏色互相搭配，才可以摺出好看的動物。

小明：嗯嗯！你說的很有道理，我來瞧瞧這裏面色紙的大小尺寸及顏色。

（幾分鐘後～）

小明：我發現這包色紙裡面的尺寸真的是很多種，顏色就先不說啦～這些色紙的尺寸有些邊長很好測量，可是有些邊長就很難讓人確定……

小美：嗯？什麼叫做很難確定呢？還是你先說說好測量的邊長呢？

小明：好啊！好測量的邊長有 2 公分、3 公分、8 公分、10 公分、16 公分。

小美：嗯嗯～那我們不如先來想想這些長度的色紙適合摺怎麼樣的動物吧！



任務一：

1：上述小明所說的色紙邊長，其面積各為多少平方公分呢？

2：如果只給色紙的面積大小，你能夠推論出這張色紙的邊長嗎？試著說說看原因，或是嘗試舉例。

(經過了一小時～)

小明：我們剛剛用了 2 公分的色紙
摺了可愛的老鼠，3 公分的色紙摺
了貴賓狗，8 公分的色紙摺了獅



子，10 公分摺了大象，16 公分摺了恐龍，這些動物真是太可愛啦！只是……我們還是沒有解決這些無法確定邊長的色紙。

小美：小明，我剛剛觀察了很久，我發現一件很奇妙的事情唷！就是其中一塊不確定邊長長度的色紙，它的大小，竟然可以剛好放在邊長為 2 公分個正方形當中耶！而且其頂點，恰好都未在邊長為 2 的色紙中間，就像是這樣子！



小明：真的耶！而且這樣子放置，我們可以從圖形看出，它的面積恰好是邊長為 2 公分的正方形面積的一半了！嗯嗯……邊長是 2 公分的正方形面積是 4 平方公分，所以這塊色紙的面積就是 2 平方公分！

小美：對了，之前隔壁班的小芬有跟我說過，如果有了面積，我們可以去推出這個正方形的邊長是多少，我這就來試試看這個正方形的邊長是多少！

任務二：

1：請先猜猜看，這塊面積為 2 平方公分的色紙，邊長應該是介於哪兩個正整數之間呢？

2：請你估計面積為 2 平方公分色紙的邊長至小數後第一位。

3：請你利用計算機估計面積為 2 平方公分色紙的邊長至小數後第二位。

4：利用計算機的 $\sqrt{\quad}$ 鍵求出面積為 2 平方公分色紙的邊長。

5：依照上題所求得的數字平方，看是否等於 2？為什麼？



(半個小時之後～)

小美：我剛剛利用計算機反算回去發現不是 2，只是個很靠近 2 的一個數字

小明：對啊！為什麼呀？

小美：會不會計算機算出來只是個接近的值呢？

小明：可是計算機不是很精準嗎？

小美：我也是這樣想，不然我們問問數學老師如何？

(幾分鐘後～)

小美：我剛剛傳訊息給老師，老師回覆我了耶！我們趕緊來看看老師怎麼說。



小明與小美：

你們剛剛在摺紙活動中所推論的結果都十分的好！你們也很聰明的發現到，我們無法明確的說明面積為 2 平方公分的正方形其邊長為何，這也就是我們接下來所要面對到的新知識！在這邊我們就用新的符號“ $\sqrt{2}$ ”（唸為“根號 2”）來表示面積為 2 的正方形的邊長，根據歷史發展，現今使用「 $\sqrt{\quad}$ 」作為根號的符號，相傳是小寫 r 的變形，其源自於德國數學家魯道夫在 1525 年出版的《求根術(Die Coss)》這本書。

要特別注意若計算機無法計算出精確的值，那我們稱此計算的結果叫「近似值」。

任務三

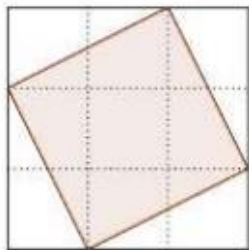
1：試著想想看，面積為 3 平方公分的色紙，其邊長為何？(用根號表示)

2：面積為 5 平方公分的色紙，其邊長為何？(用根號表示)

3：面積為 16 平方公分的色紙，其邊長為何？

4：邊長為 $\sqrt{15}$ 平方公分的色紙，其面積為何？

小明：經過老師這樣跟我們講解，我發現對於這樣面積為 2 平方公分的色紙，終於了解清楚了！只是小美，我發現我們還有一個邊長比較特殊的色紙耶！他剛好可以這樣擺放於邊長為 3 公分的色紙上，就像是這個樣子！



小美：這個還不簡單，你可以用大的正方形減去四個三角形的面積就可以算出啦！

任務四：請試著幫小明計算，上面這張色紙的邊長為何？(邊長用根號表示)



想想看 1: $\square^2 = 4$ ，請問 $\square = ?$

想想看 2: $\square^2 = 2$ ，請問 $\square = ?$

*小結：由上面的想想看可得，若 $\square^2 = a$ ，則 $\square = \sqrt{a}$ 或 $-\sqrt{a}$ ，
此時稱 \sqrt{a} 與 $-\sqrt{a}$ 為 a 的平方根。

任務五：

1、請求出 9 的平方根為何？

2、請求出 5 的平方根為何？

小明：啊！終於解決這些問題啦～我們可以繼續摺我們喜歡的動物了！小美你覺得這個邊長為 $\sqrt{2}$ 公分的色紙，應該摺什麼比較好呢？

小美：我覺得啊，這張紙那麼小張，我們就摺一隻小螞蟻好了！

小明：你的提議真是太棒了，就這麼辦！

