

數學奠基模組轉化成數學奠基進教室的使用手冊

撰寫者：桃園市立中興國中李慧玲、桃園市立山腳國中謝熹鈴

一、要融入的單元內的教材地位分析：

1. 本單元對應 108 新課綱的學習表現為：

s-IV-8 特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、箏形、梯形)的幾何性質

2. 本單元對應 108 新課綱的學習內容為：

S-8-9	平行四邊形的基本性質：關於平行四邊形的內角、邊、對角線等的幾何性質。
S-8-10	正方形、長方形、箏形的基本性質：長方形的對角線等長且互相平分； 菱形對角線互相垂直平分；箏形的其中一條對角線垂直平分另一條對角線。
S-3-2	正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。
S-4-8	四邊形：以邊與角的特徵（含平行）認識特殊四邊形並能作圖。 如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。

二、相關的數學奠基模組概述

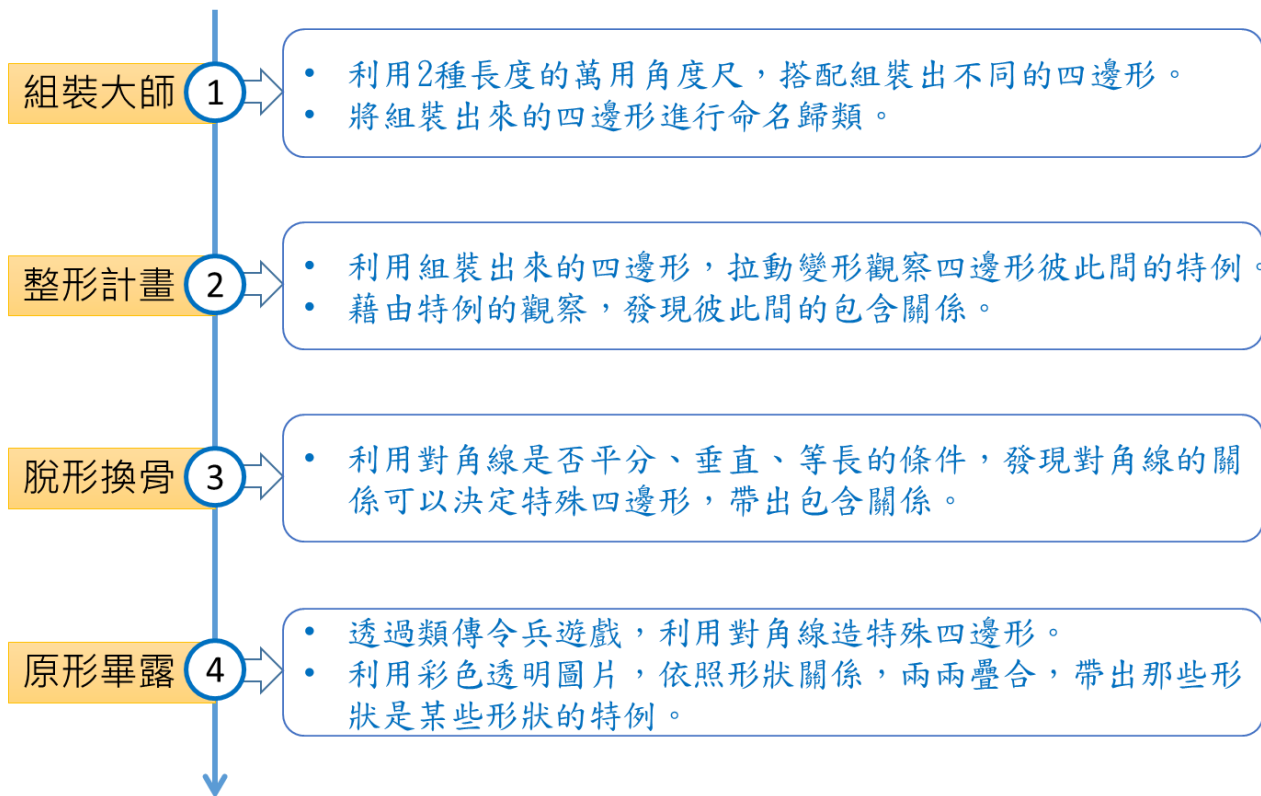
本教材轉化自「第一期數學奠基模組—四邊形 36 變」

三、單元教材與奠基活動和奠基精神的連結(含連結的目標與方式)

奠基連結的單元目標	奠基連結方式
特殊四邊形的定義	【活動一：組裝大師】利用萬用角度尺造四邊形，由偵錯活動，來讓學生自我修正定義的正確性。
特殊四邊形的性質	【活動二：整形計畫】 拉動已組裝的四邊形，觀察內角對四邊形的影響，再臆測觀察內角不變、邊長變的影響，從中發現邊與角與特殊四邊形關係。 【活動三：脫形換骨】 利用對角線是否平分、垂直、等長的條件，發現對角線的關係可以決定特殊四邊形。
特殊四邊形的包含關係	【活動一：組裝大師】 透過命名分類來引出包含關係的想法。 【活動二：整形計畫】 透過整邊整角活動，發現特殊四邊形的特例，帶出包含關係。 【活動三：脫形換骨】 發現調整對角線，可以製造特殊四邊形的特例，帶出包含關係。 【活動四：原形畢露】形成性評量 (1)類傳令兵活動：利用對角線造出指定的特殊四邊形，讓學生透過對角線的關係，判斷四邊形的形狀，帶出包含關係。 (2)拼圖合體：利用五個特殊四邊形的透明彩色圖卡，依照形狀的關係，兩兩疊合，帶出那些形狀是某些形狀的特例。

四、單元內的學習重點的調整(與平常教學的區別)

在課本的教學中特殊四邊形(長方形、菱形、箏形、正方形、平行四邊形)的性質，是從定義後開始證明其性質，但很多學生無法將這些性質知識遷移到特殊四邊形之間的包含關係，所以此模組將學習重點調整如下：



五、教師診斷介入

診斷目標	教師診斷介入
診斷學生圖形心像	【活動一：組裝大師】-《回顧特殊四邊形的名稱》 寫出印象中的特殊四邊形，這些四邊形之間有什麼關係。
診斷 學生是否能造出五種特殊四邊形並知道正方形也是菱形、平行四邊形的關係	【活動一：組裝大師】-《組裝四邊形》 利用組合尺造四邊形，不同邊長可造出那些特殊四邊形，透過讓學生觀察有哪些特殊四邊形？期待學生能做出五種特殊四邊形。
診斷 不同邊長與四邊形的關係，搖動或拉動組裝的四邊形，觀察邊長或內角的變化，對特殊四邊形形狀的關係	【活動二：整形計畫】 --《搖一搖》(整角)--利用組合尺造四邊形，不同邊長可造出那些特殊四邊形，觀察內角改變對四邊形形狀的影響。 --《拉一拉》(整邊)--造出內角不變，拉動已組裝的四邊形邊長改變的影響。在學習單上，依照四邊形整形的關係，統整增加條件整形後的四邊形名稱，並畫出包含關係。

診斷對角線交點位置、長度及交角的變與不變，對四邊形關係影響	【活動三：脫形換骨】 利用對角線是否平分、垂直、等長的條件，發現對角線的關係可以決定特殊四邊形，帶出包含關係。
診斷特殊四邊形的包含關係	【活動四：原形畢露】 <ul style="list-style-type: none"> 利用對角線造出指定的特殊四邊形，讓學生透過對角線的關係，判斷四邊形的形狀，帶出包含關係。 利用五個特殊四邊形的透明彩色圖卡，依照形狀的關係，兩兩疊合，帶出那些形狀是某些形狀的特例。


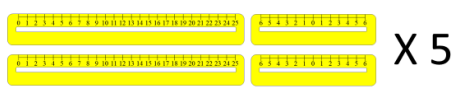
六、師生共建介入

數學發現	師生共建介入
特殊四邊形的定義	【活動一：組裝大師】-《組裝四邊形》 利用四角尺造四邊形，如果學生提問，好像這種形狀，又好像那種形狀，怎麼辦?(可以反問學生的意見，引導學生思考判斷)
特殊四邊形的性質	【活動二：整形計畫】 並拉動已組裝的四邊形，觀察內角對四邊形的影響；再臆測觀察內角不變、邊長變的影響。 【活動三：脫形換骨】 利用對角線是否平分、垂直、等長的條件，發現對角線的關係可以決定特殊四邊形。
特殊四邊形的包含關係	【活動三：脫形換骨】 利用對角線是否平分、垂直、等長的條件，發現對角線的關係可以決定特殊四邊形，帶出包含關係。 【活動四：原形畢露】 <ul style="list-style-type: none"> 利用對角線造出指定的特殊四邊形，讓學生透過對角線的關係，判斷四邊形的形狀，帶出包含關係。 利用五個特殊四邊形的透明彩色圖卡，依照形狀的關係，兩兩疊合，帶出那些形狀是某些形狀的特例。

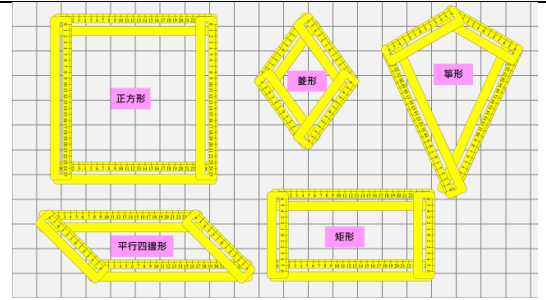
七、教案

奠基模組	脫形換骨、原形畢露		
教學者	李慧玲	模組轉化者	李慧玲、謝熹鈴
教學年級	八年級下學期	教學時數	2 節
銜接課程	第四冊 4-3 特殊的平行四邊形與梯形		
設計理念與課程內涵	<p>1. 許多學生都認為特殊四邊形很簡單，也是生活中處處可見；但是一直以來，許多學生對於正方形與矩形、正方形與菱形之間關係不清楚，連對角線關係也會混淆，希望學生能從屬性、特徵，分清楚它們間的判別與包含關係。</p> <p>2. 希望能藉由動手實作，眼見為憑，讓學生直接具體觀察到特殊四邊形之間的判別與包含關係。</p>		

核心素養	數-J-C1 具備從證據討論與反思事情的態度，提出合理的論述並能和其他人進行理性溝通與合作。 數-J-C2 樂於與他人良好的互動與溝通以解決問題，並欣賞問題的多元解法。
學習表現	s-IV-8 特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、箏形、梯形)的幾何性質
學習內容	S-8-9 平行四邊形的基本性質：關於平行四邊形的內角、邊、對角線等的幾何性質。 S-8-10 正方形、長方形、箏形的基本性質：長方形的對角線等長且互相平分； 菱形對角線互相垂直平分；箏形的其中一條對角線垂直平分另一條對角線。 S-3-2 正方形和長方形：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。 S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵(含平行)認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。
評量方式	學習單、判斷四邊形競賽活動

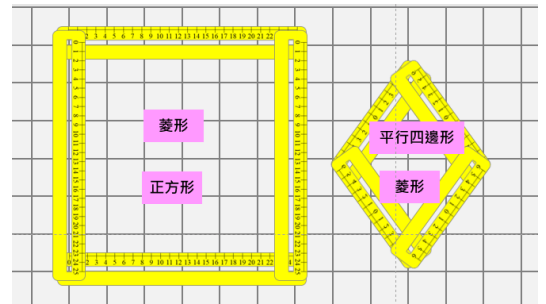
教學活動	時間	教學資源	教學重點
<p>【活動一：組裝大師】</p> <p>◆ 《回顧特殊四邊形的名稱》</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 〔任務〕 老師提問：「各組同學討論後，請寫出有哪些特殊四邊形呢？寫完貼在黑板上，比較誰寫得多。」 2. 如右圖，時間限制五分鐘左右，各組同學討論後完成任務。 3. 接著再提問：「這些四邊形之間有什麼關係呢？」 4. 等學生斷斷續續提出不完整的答案後，老師說：「這節課我們要弄清楚這五種特殊四邊形之間的關係。」 <p>◆ 《組裝四邊形》</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 配合 PPT 說明(如右圖)，先發下材料(兩種長度的尺各 10 支和螺絲一包，有方格的桌墊)。 2. 〔任務〕 取四支尺長或短都可以，以螺絲將四支尺當四個邊長，鎖成一個四邊形。將組好的四邊形放入桌上的方格上，並寫出每個四邊形的名稱。如右(圖一)。 3. 時間限制五分鐘左右，請各組同學合作完成任務。 	1 5 分鐘	<ul style="list-style-type: none"> ● 組合尺 ● 捲尺 ● 量角器 	<p>※由兩種長度邊長，內角角度可以改變，藉由動手做，造出特殊四邊形，讓學生體現到特殊四邊形的性質。</p> <p>◆ 《回顧特殊四邊形的名稱》</p>  <p>寫出印象中的特殊四邊形並貼上黑板</p> <p>引出本單元主角是：平行四邊形、矩形、菱形、箏形、正方形。</p> <p>◆ 《組裝四邊形》</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>活動1：組裝大師-組裝四邊形</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 利用兩種長度的尺當邊長，動手造出印象中的四邊形。  </div> <p>〔任務〕 組裝四邊形，依 PPT 指示組合出各種特殊四邊形。</p>

- 老師巡視各組，了解學生操作狀況，如果學生提出疑問：有四邊形可以算兩種四邊形嗎？如(圖二)。老師回答請自行判斷。
- 評分規則：**名稱字條一張一分，貼得越多得分越多。
- 〔偵查錯誤〕**完成後，請各組派兩位同學，去其他組檢查，找出一個錯誤可以得兩分。
- 回到位置，各組再把缺少的四邊形補齊。
- 〔期待〕**各組能做出五種特殊四邊形。



(圖一)

有四邊形可以算兩種四邊形



(圖二)

【活動二：整形計畫】臆測變動四邊形

◆ **《搖一搖》(整角)：立正站好，內角 90 度**
(把內角整成 90 度，四角相等)

- 老師拿起正方形(圖三)問：「同學是什麼形狀？」學生回答正方形。旋轉 45 度後再問一次，學生應該會說「菱形」，為什麼答案會不一樣呢？正方形和菱形兩者是什麼關係？
- 〔任務〕**請同學試著搖動菱形(如 PPT 所示，不改變長度下)，問同學：「可以搖出甚麼形狀？」以問答方式師生共建，並讓學生邊操作邊說明。

〔期待〕老師引導學生回答出「菱形+內角 90 度就是正方形」

- 「如果把其中一種形狀比喻成家，另一種形狀當成房間，請問誰是家？誰是房間？」在黑板上畫出(圖四)說明菱形是家，正方形是房間，正方形是菱形立正站好的特例。

- 〔任務〕**請學生把桌上的四邊形，都拿起來搖一搖，還有哪些形狀，也有家跟房間的關係？引導學生能發現：矩形就是平行四邊形立正站好。並且到黑板上畫出(圖五)說明，平行四邊形是家，矩形是房間。

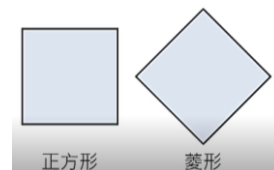
〔期待〕學生答出「矩形+內角 90 度就是平行四邊形」或「矩形是平行四邊形的特例」

30分鐘

- 組合尺
- 捲尺
- 量角器
- 學習單
- 方格紙

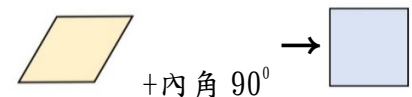
※四邊形的動態變形

◆ **《搖一搖》(整角)**



(圖三)旋轉 45 度

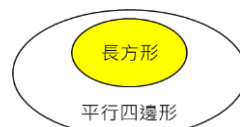
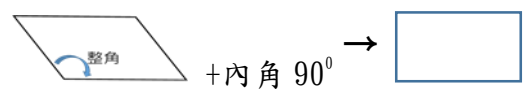
只有角度改變時，希望發現以下的形狀關係。



(圖四)

正方形是菱形的特例

引導學生從操作的過程，再找出下列的形狀關係。



(圖五)

矩形是平行四邊形的特例

◆ 《拉一拉》(整邊)：拉短一點，四邊等長
(把邊長拉成四邊等長相等)

1. 老師拿起菱形(圖六)，再問同學是什麼形狀？
旋轉成(圖七)後，再問一次，學生應該會說「平行四邊形」，為什麼答案又不同呢？

2. [任務] 老師問：「平行四邊形與菱形有什麼關係？請同學自己嘗試調整出平行四邊形與菱形，找出什麼條件改變，什麼條件不變。」

[期待] 學生發現、體會

「平行四邊形平移其中一邊可變成菱形」。

「維持四個內角角度不變，只調整邊長，讓四邊一樣長。」

3. [任務] 請同學猜猜看還有哪個形狀也有這種關係？

[期待] 能從過程再發現正方形也是矩形。

4. 老師巡視各組，了解學生操作狀況，期待同學都能學會。

◆ 箏形：整邊？或整角？

1. 老師提問：「桌上的圖卡中還有什麼形狀沒有被我們整形？」因為只給五種圖卡，學生一定會回答箏形。

2. [任務] 老師：「前面的整形有整邊的→四個邊相等；有整角的→四個角相等。那麼箏形可以怎麼整？」請同學小組討論操作。

[期待] 希望學生能發現箏形相鄰的兩邊長同時減少的過程中會出現菱形。如(圖八)

◆ 完成學習單：(統整調整邊長或內角的結論)

1. 以學習單第一題說明填寫方式。

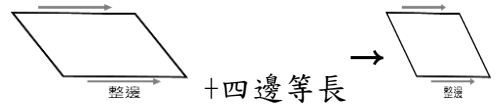
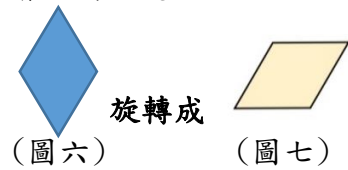
2. [任務] 找同學操作演示平行四邊形連續完成變形，先整邊再整角或先整角再整邊，試著解說關係。

[期待] 得到『平行四邊形↪菱形↪正方形』或『平行四邊形↪矩形↪正方形』

3. [任務] 依照四邊形整形的關係，在學習單上，選出增加的條件，並寫出整形後的四邊形名稱，畫出包含關係，完成學習單。

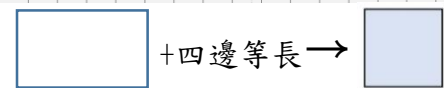
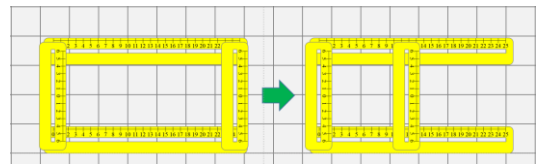
◆ 《拉一拉》(整邊)：

從平行四邊形與菱形的關係開始，找出內角不變，只有改變邊長，形狀會如何改變？



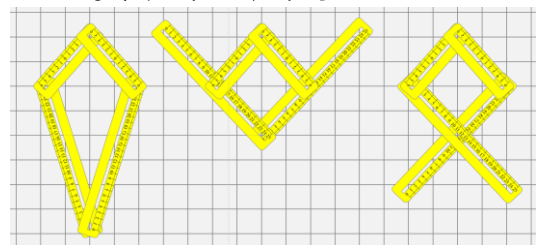
菱形是平行四邊形的特例

希望能從過程再找出下列表格中形狀關係。

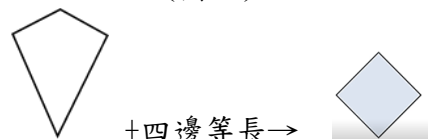


正方形是矩形的特例

◆ 箏形相鄰的兩邊長同時減少到四邊等長時，即為菱形。



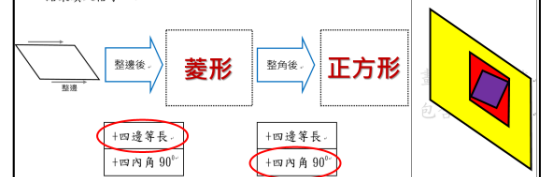
(圖八)

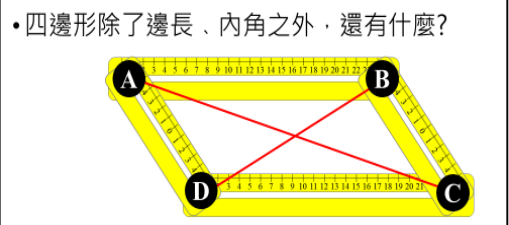
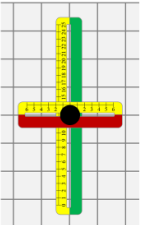
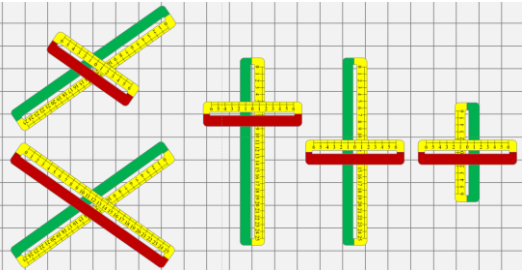

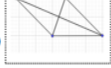

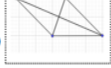

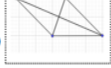


菱形是箏形的特例

◆ 整形計畫-完成學習單

(1) 平行四邊形依照整形計畫，圈出增加的條件，先整邊，再整角的結果填入格子。



<p>4. 〔偵查錯誤〕 完成後，貼在黑板上，請各組派兩位同學，去黑板檢查其他組正確與否，依完成的名次計分。</p>								
<p>【活動三：脫形換骨】</p> <p>◆ 回顧各種四邊形的對角線關係：</p> <ol style="list-style-type: none"> 老師提問：「四邊形除了邊長、內角之外，還有什麼？」引導學生能說出是對角線。 請各組同學拿橡皮筋套在 AC、BD 上，用皮尺、量角器測量討論， <ul style="list-style-type: none"> 〔任務〕 寫出兩條對角線有哪些關係？請寫在小白板上。 〔期待〕 能歸納出兩條對角線有四種關係 <ul style="list-style-type: none"> 紅色過中點 綠色過中點 紅綠等長 紅色⊥綠色 <p>◆ 整骨造形：</p> <ol style="list-style-type: none"> 活動規則以 PPT 說明：(如右圖範) 〔任務〕 請各組合作，造出五種特殊四邊形的對角線，組好放入桌上的方格紙上，並寫上每個四邊形的名稱。如右五組完成圖。 時間限制五分鐘左右，請各組同學合作完成任務。 完成後，請各組派兩位同學，去其他各組檢查，找出一個錯誤可以得兩分，回到自己座位時，再把缺少的四邊形補齊。 <p>◆ 完成學習單：(統整找出對角線關係，驗證整形計畫的特殊四邊形關係結論。)</p> <ol style="list-style-type: none"> 以學習單第一題為例，如右圖，依照學習單上的問題，先圈出形狀對角線的條件，在➡符號內填入調整方法，再寫出四邊形名稱在虛線格子內。 〔任務〕 老師找同學上台操作演示平行四邊形連續完成變形，試著解說對角線關係。 <ul style="list-style-type: none"> 〔期待〕 得到『平行四邊形⊃菱形⊃正方形』或『平行四邊形⊃矩形⊃正方形』 〔任務〕 在學習單上，依照四邊形整骨的過程，選出增加的條件，並寫出整骨後的四邊形名稱。 〔偵查錯誤〕 完成後，貼在黑板上，請各組 	<p>20分鐘</p> <ul style="list-style-type: none"> 組合尺 捲尺 量角器 學習單 方格紙 	<p>※利用對角線的關係，試探以對角線決定四邊形的形狀。</p> <p>• 四邊形除了邊長、內角之外，還有什麼？</p>  <p>• 這兩條對角線可以用來決定四邊形的形狀嗎？</p> <p>◆ 整骨造形：</p> <p>活動3：脫胎換骨-整骨造形</p> <ul style="list-style-type: none"> 請各組同學拆掉四邊形的螺絲 拿兩支當成骨架 以螺絲鎖住 即為四邊形的對角線。   <p>(1) 平行四邊形依照整骨配對，先圈出形狀對角線的條件，在➡符號內填入調整方法，再寫出四邊形名稱在虛線格子內。</p> <p>(二)</p> <table border="1" data-bbox="965 1512 1492 1758"> <tr> <td>  如何調整對角線? 垂直 </td> <td>  如何調整對角線? 等長 </td> </tr> <tr> <td> <input checked="" type="checkbox"/> 紅色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 綠色平分 <input type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長 </td> <td> <input checked="" type="checkbox"/> 紅色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長 </td> </tr> <tr> <td> <input type="checkbox"/> 紅色平分 <input type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長 </td> <td> <input type="checkbox"/> 紅色平分 <input type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠等長 </td> </tr> </table>	 如何調整對角線? 垂直	 如何調整對角線? 等長	<input checked="" type="checkbox"/> 紅色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 綠色平分 <input type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長	<input checked="" type="checkbox"/> 紅色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長	<input type="checkbox"/> 紅色平分 <input type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長	<input type="checkbox"/> 紅色平分 <input type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠等長
 如何調整對角線? 垂直	 如何調整對角線? 等長							
<input checked="" type="checkbox"/> 紅色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 綠色平分 <input type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長	<input checked="" type="checkbox"/> 紅色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長							
<input type="checkbox"/> 紅色平分 <input type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input type="checkbox"/> 紅綠等長	<input type="checkbox"/> 紅色平分 <input type="checkbox"/> 綠色平分 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠垂直 <input checked="" type="checkbox"/> 紅綠等長							

派兩位同學，去黑板檢查其他組正確與否，依完成的名次計分。

【活動四：原形畢露】 形成性評量

◆ 國王的新衣：（傳令兵活動）

1. 活動規則以 PPT 說明：(如右圖)做法。
2. 代表者開始動手作，每組有四支(長短各 2 支)(如右圖)，選出兩支以螺絲鎖住，即為四邊形的對角線，放在方格紙上。
3. 然後請同組其他同學測量觀察，每個人在自己的學習單上寫下四邊形名稱。
4. 如圖九範例，答案是要寫正方形才給分。
5. 完成後，再換同組另一位同學當代表繼續第二題，共 5 題。
6. 完成後訂正答案，統計得分，每組答對一個名稱可得 2 分。合計總分，並修正錯誤。

◆ 拼圖合體：此單元即為一次 [任務]

1. 老師請兩位同學上台，一人拿著大的菱形四角尺，另一人拿著矩形四角尺，嘗試調整說明交集部分(重疊部分)，是何種特殊四邊形。
2. 再以 PPT 圖形將矩形、菱形、正方形動態合體(如右圖九)。
3. 如果(右圖九)這些當成房間，剩下的平行四邊形和箏形，誰可以包含這些房間的大房子？

[期待] 學生說平行四邊形，此時老師在 PPT 上按下一步驟，平行四邊形自動合體。

4. 最後的箏形，可以有哪些形狀是他的房間？哪些形狀不是他的房間？請同學決定它的位置。

[期待] 學生能指出箏形所在位置，此時老師在 PPT 上按下一步驟，箏形自動合體完成任務。

[整合任務過程中的期待] 在五片合體的過程中，請學生們以接力方式，解說圖形中形狀重疊的含意，複習包含關係。

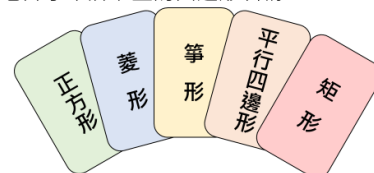
2
5
分鐘

- 組合尺
- 方格紙

※評量測驗：同學是否學會利用對角線關係，決定特殊四邊形形狀。

活動4：原形畢露-國王的新衣

- 各組派一位傳令兵上台，看老師手中牌卡上的四邊形名稱



活動4：原形畢露-國王的新衣

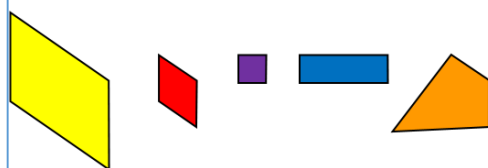
- 傳令兵 不能開口說，只能動手做對角線讓組員猜形狀。



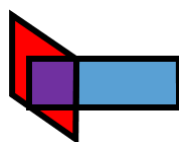
- 各組派一個監察員到下一組 確保該組傳令兵沒有洩題及不能說話提醒。

◆ 拼圖合體：

五片特殊四邊形的彩色紙片合體



動態重合，總結複習



(圖九)

[期待] 能把上列包含關係，倆倆結合完成圖如下

