

6 分數

在四千多年前的埃及，有一位傭人揉好了麵團，要做餅給主人當隔天的早餐，可是她卻睡著了，隔天早上醒來，發現麵團竟然比前一晚大1倍，於是趕緊放進爐子裡烤，竟然變成又軟又好吃的麵包。



依真和弟弟正享受著媽媽做的麵包，依真說：「我吃了 $\frac{1}{2}$ 個。」弟弟說：「我吃了 $\frac{2}{4}$ 個。」媽媽說：「你們兩個人吃得一樣多。」媽媽這樣說對嗎？

以前學過的

- 認識真分數、假分數和帶分數。
- 熟練假分數和帶分數的互換與加減計算。

本單元要學的

- 認識等值分數，進行異分母分數的大小比較。
- 理解分數之整數相除的意涵。

以後要學的

- 擴分、約分找等值分數。
- 通分做異分母分數的大小比較與加減。
- 分數的四則運算及兩步驟問題。

溫故練習


- (1) 假分數化成帶分數，帶分數化成假分數。① $\frac{87}{4} = (\quad)$ ② $5\frac{5}{8} = (\quad)$
- (2) 算算看。① $5\frac{2}{4} + 2\frac{2}{4} = (\quad)$ ② $10 - 3\frac{5}{8} = (\quad)$ ③ $\frac{2}{4} \times 8 = (\quad)$

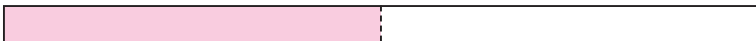
6-1 等值分數


本節配合習作第58~60頁

本節配合附件14


1 看圖說說看， $\frac{1}{2}$ 條紙帶和「幾分之幾」條紙帶一樣長？


1  1條

 $\frac{1}{2}$ 條

 條

$\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{2}{4}$ 條一樣長，記作 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 。

2  $\frac{1}{2}$ 條

 條

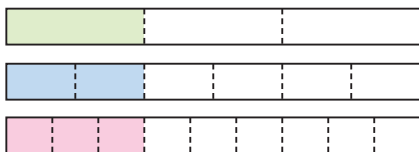
$\frac{1}{2}$ 條和 $\frac{3}{6}$ 條一樣長，記作 $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ 。



$\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{6}$ 都是一樣大的分數，因此稱 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{6}$ 是等值分數，記作 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ 。

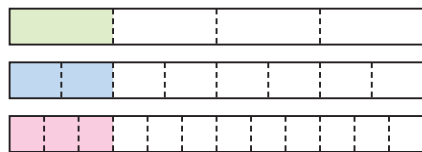
練習 看圖填填看。

1 $\frac{1}{3}$ 條和「幾分之幾」條一樣長？



$$\frac{1}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

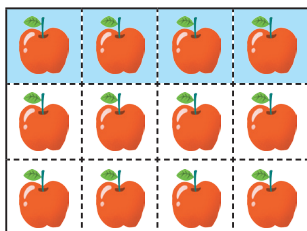
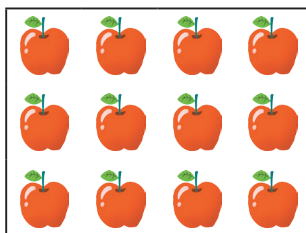
2 $\frac{1}{4}$ 條和「幾分之幾」條一樣長？



$$\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

2 一盒蘋果有 12 顆。

1 $\frac{4}{12}$ 盒是幾顆蘋果？

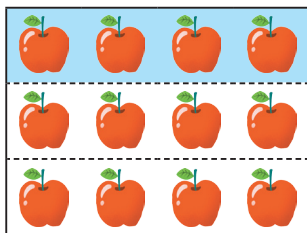


1 盒蘋果平分成 12 份，
1 份是 $\frac{1}{12}$ 盒，是 1 顆蘋果。
 $\frac{4}{12}$ 盒是 4 顆蘋果。



答：

2 $\frac{1}{3}$ 盒是幾顆蘋果？



1 盒蘋果平分成 3 份，
1 份是 $\frac{1}{3}$ 盒，是 4 顆蘋果。

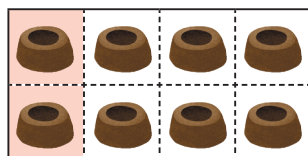


答：

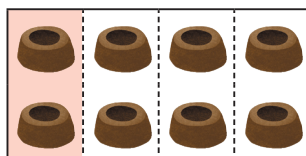
3 $\frac{4}{12}$ 盒和 $\frac{1}{3}$ 盒一樣多嗎？說說看你的理由。

$\frac{4}{12}$ 盒和 $\frac{1}{3}$ 盒一樣多，記作 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。

練習 1 盒巧克力有 8 顆。 $\frac{2}{8}$ 盒巧克力和 $\frac{1}{4}$ 盒巧克力，是不是一樣多？

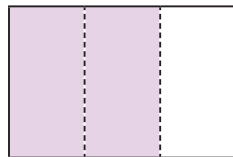


$\frac{2}{8}$ 盒

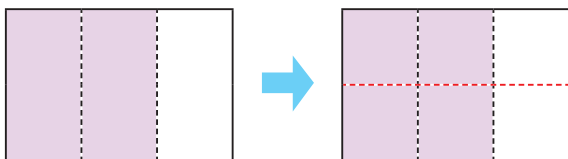


$\frac{1}{4}$ 盒

- 3 將一塊蛋糕平分成3等分，東東吃掉一些，
 剩下 $\frac{2}{3}$ 塊。「 $\frac{2}{3}$ 」和哪些分數相等？

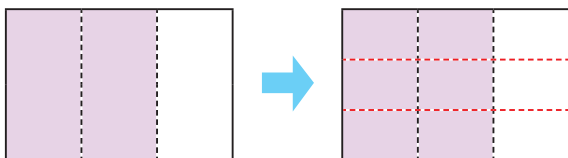


- 1 拿出附件 15，把3份中的每一份再平分成2份，說說看，
 你發現了什麼？



$$\begin{array}{c} 2 \times 2 \\ \curvearrowright \\ \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \\ \curvearrowleft \\ 3 \times 2 \end{array}$$

- 2 把3份中的每一份，再平分成3份，說說看，你發現了什麼？



$$\begin{array}{c} 2 \times 3 \\ \curvearrowright \\ \frac{2}{3} = \frac{6}{9} \\ \curvearrowleft \\ 3 \times 3 \end{array}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{6} = \frac{\square}{9}$$

練習 看圖填填看。

1

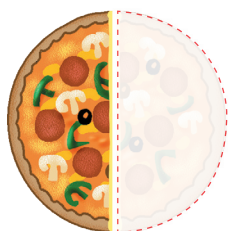
$$\frac{3}{4} = \frac{\square}{8}$$

2

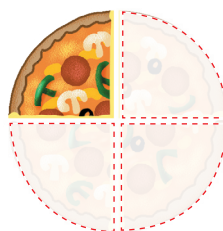
$$\frac{3}{4} = \frac{9}{\square}$$

6-2 異分母分數的大小比較 本節配合習作第61~62頁

- 1 同樣的披薩，成漢吃了 $\frac{1}{2}$ 塊，子云吃了 $\frac{3}{4}$ 塊，誰吃的披薩比較多？



成漢吃了 $\frac{1}{2}$ 塊。



子云吃了 $\frac{3}{4}$ 塊。

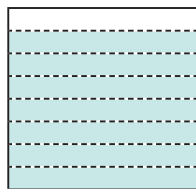
$\frac{1}{2}$ 和 $\frac{\square}{4}$ 是等值分數，拿出附件 16 做做看，知道 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 。



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{2}{4} < \frac{3}{4}, \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$$

(成漢，子云)吃的披薩比較多。

- 2 子軒的水壺裝了 $\frac{7}{8}$ 公升的水，怡妙的水壺裝了 $\frac{3}{4}$ 公升的水，誰的水壺裝的水比較多？拿出附件 17 做做看。



$\frac{7}{8}$ 公升



$\frac{3}{4}$ 公升

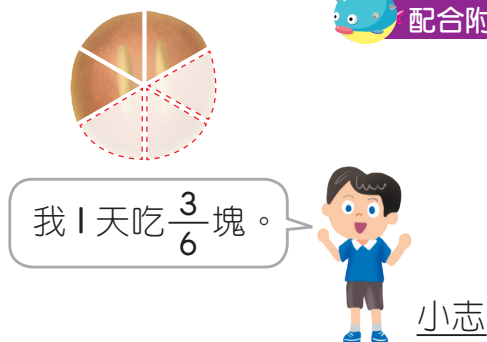


$$\frac{3}{4} = \frac{\square}{8}, \frac{\square}{8} > \frac{\square}{8}, \frac{7}{8} > \frac{3}{4}$$

(子軒，怡妙)的水壺裝的水比較多。

- 3 千千將一塊麵包平分成3天吃完，同樣的麵包，小志一天吃 $\frac{3}{6}$ 塊，誰一天吃的比較多？拿出附件18做做看。

配合附件 18



$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}, \frac{2}{6} < \frac{3}{6}, \frac{1}{3} < \frac{3}{6}$$

(千千，小志)一天吃的麵包比較多。

- 練習 拿出附件19、20做做看。

配合附件 19

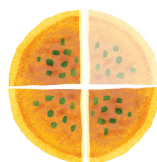
1 $\frac{1}{3} = \frac{\square}{18}$ ， $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{9}{18}$ 哪一個數比較大？_____

2 $\frac{2}{5} = \frac{\square}{15}$ ， $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{3}{15}$ 哪一個數比較大？_____

- 3 一張蔥油餅賣80元，甜甜買 $\frac{3}{4}$ 張，元元買 $\frac{4}{8}$ 張，誰花的錢比較多？

配合附件 20

買得多就花得多。



$\frac{3}{4}$ 張



$\frac{4}{8}$ 張

(甜甜，元元)花的錢比較多。

- 4 老師買了幾盒同樣的餅乾，軒軒分到 $1\frac{2}{4}$ 盒，小強分到 $\frac{8}{4}$ 盒，小智分到 $1\frac{5}{8}$ 盒，誰分到的餅乾最多？誰分到的餅乾最少？拿出附件21做做看。



$$1\frac{2}{4} = 1\frac{4}{8}, \frac{8}{4} = 2$$

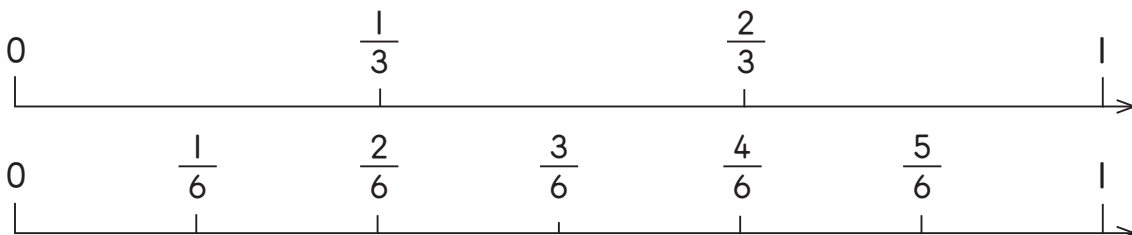
$$2 > 1\frac{5}{8} > 1\frac{4}{8}, \frac{8}{4} > 1\frac{5}{8} > 1\frac{2}{4}$$

(軒軒，小強，小智)分到的餅乾最多，

(軒軒，小強，小智)分到的餅乾最少。

- 練習** 秀秀的水壺能裝 $\frac{5}{6}$ 公升的水，亮亮的水壺能裝 $\frac{2}{3}$ 公升的水，誰的水壺容量比較大？

- 5 在數線上找出 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{6}$ 的位置，比比看，哪一個數比較大？

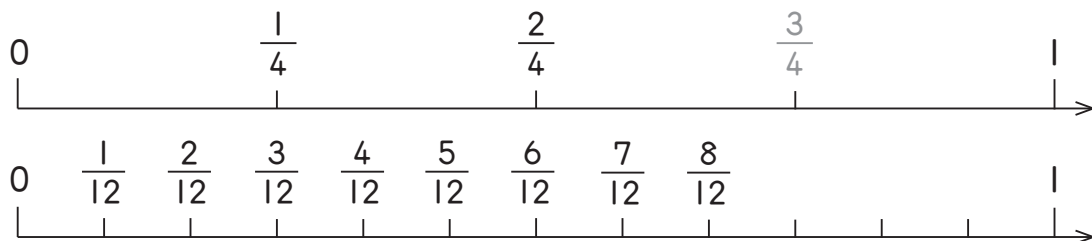


數線上， $\frac{2}{3}$ 在 $\frac{3}{6}$ 的右邊，所以 $\frac{2}{3} > \frac{3}{6}$ 。



答：

- 6 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{10}{12}$ 哪一個數比較小？先在數線上找出兩數的位置再比比看。

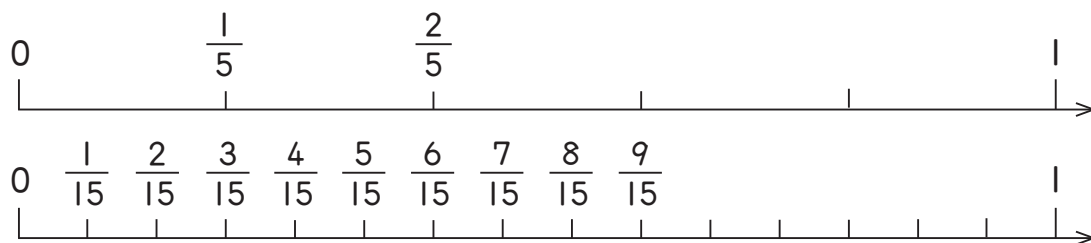


$$\frac{3}{4} \square \frac{10}{12}$$

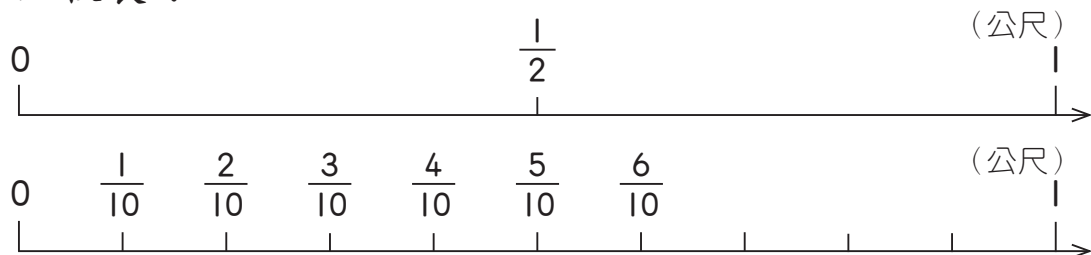
答：

練習 做做看。

- 1 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{10}{15}$ 哪一個數比較小？先在數線上找出兩數的位置再比比看。



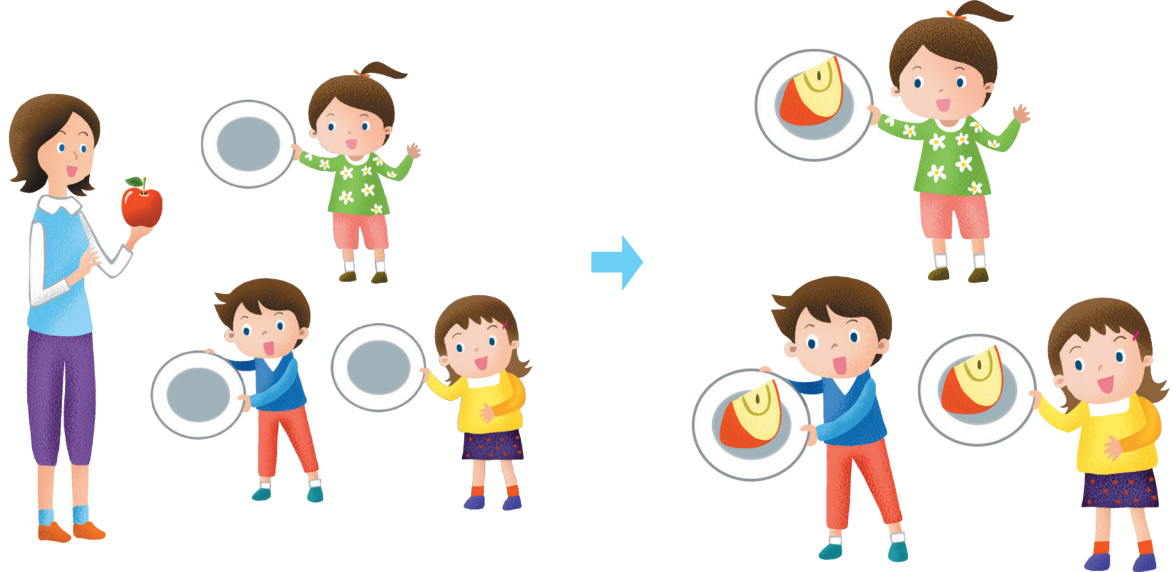
- 2 秀秀 的繩子長 $\frac{1}{2}$ 公尺，亮亮 的繩子長 $\frac{7}{10}$ 公尺，誰的繩子比較長？



6-3 整數相除

本節配合習作第63~64頁

1 一顆蘋果要平分給3人，每人可以分到幾顆？



一顆蘋果平分成3份，每人分到 $\frac{1}{3}$ 顆。



一顆蘋果平分成3份，每人分到 $\frac{1}{3}$ 顆。算式怎麼記呢？

因為是平分，應該用除法來記，算式寫成：

$$1 \div 3 = \frac{1}{3}$$

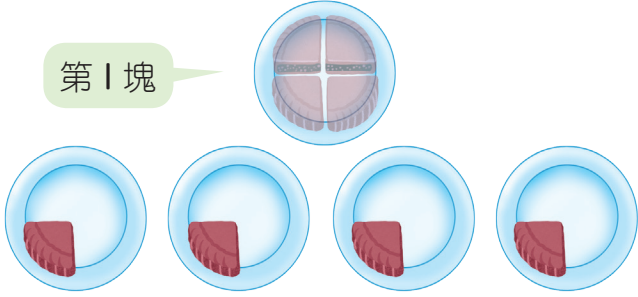
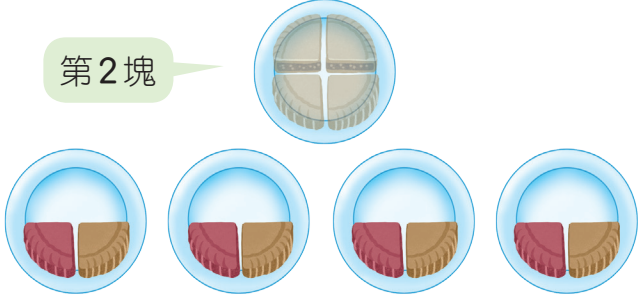
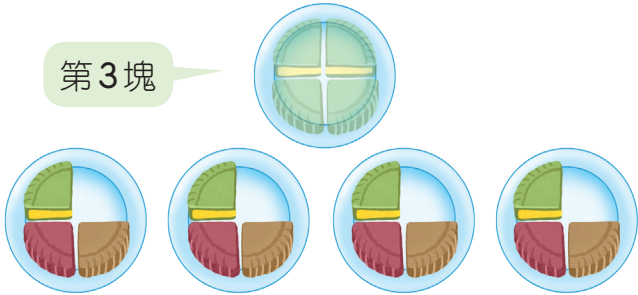
$1 \div 3$ 表示一顆蘋果平分給3人， $\frac{1}{3}$ 是 $1 \div 3$ 的答案，也表示每人分到 $\frac{1}{3}$ 顆。



答：

練習 一瓶牛奶平分倒在4個杯子裡，每杯分到幾瓶牛奶？

2 將3塊大餅平分給4人，每人分到幾塊大餅？

<p>第1塊</p> 	<p>先將第1塊大餅平分給4人，每人分到 $\frac{1}{4}$ 塊。</p>
<p>第2塊</p> 	<p>再將第2塊大餅平分給4人，每人共分到 $\frac{2}{4}$ 塊。</p>
<p>第3塊</p> 	<p>最後將第3塊大餅平分給4人，每人共分到 $\frac{3}{4}$ 塊。</p>

算式： $3 \div 4 = \frac{3}{4}$

$3 \div 4$ 表示3塊平分給4人，
 $3 \div 4 = \frac{3}{4}$ 表示每人分到 $\frac{3}{4}$ 塊。



答：

$\frac{3}{4} = () \div ()$ ，想想看，()中要填什麼數字？

練習 將下面各題的答案用分數或除法算式表示。

1 $5 \div 8 =$ _____

2 $7 \div 10 =$ _____

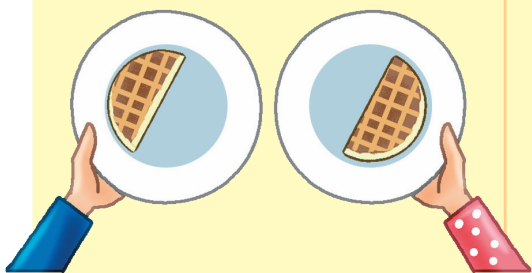
3 $\frac{4}{7} =$ _____ \div _____

4 $\frac{5}{9} =$ _____ \div _____

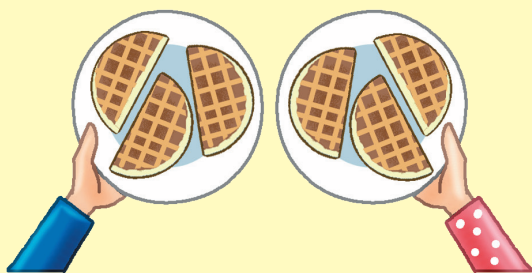
3 將3塊鬆餅平分給2人，全部分完，每人可分得幾塊鬆餅？

可云的做法：

1塊鬆餅平分給2人，
每人分到 $\frac{1}{2}$ 塊。

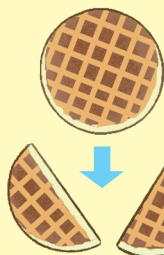
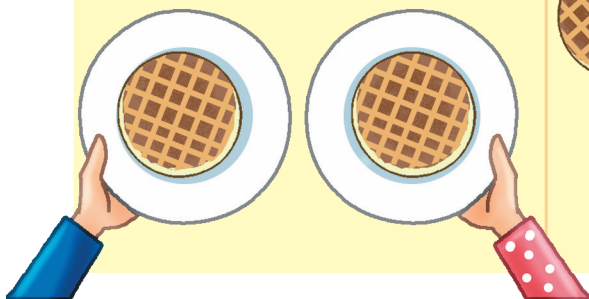


3塊鬆餅平分給2人，每人得3個 $\frac{1}{2}$ 塊，
也就是 $\frac{3}{2}$ 塊。

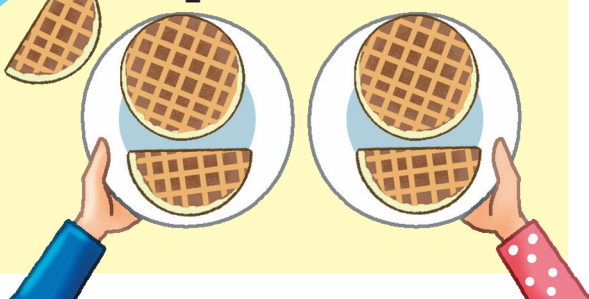


東立的做法：

3塊鬆餅平分給2人，
每人分到1塊，還剩1塊。



將剩下的1塊再平分給2人，
每人分到 $\frac{1}{2}$ 塊，因此每人共
得 $1\frac{1}{2}$ 塊。



用除法把問題記下來，並用分數表示除的結果。

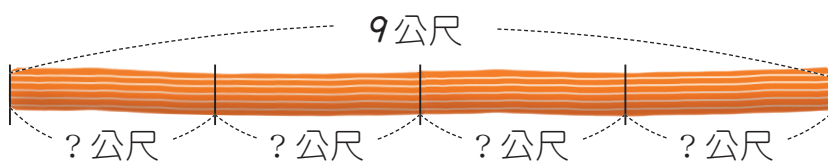
$$3 \div 2 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

答：

以前將 $3 \div 2$ 的答案寫成1餘1，表示每人分到1塊，還剩下1塊。但是，這裡要全部分完，所以剩下的1塊要繼續分。每人可再分到 $\frac{1}{2}$ 塊，所以答案是 $1\frac{1}{2}$ 塊。



4 將一條長9公尺的水管平分成4段，每段長幾公尺？



$$9 \div 4 = \frac{9}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

化成帶分數。

平分可用除法來算。

答：

動動腦

可以用什麼方法來驗算 4 的答案？

練習 填填看。

1 用分數表示除的結果。

(1) $12 \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $20 \div 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

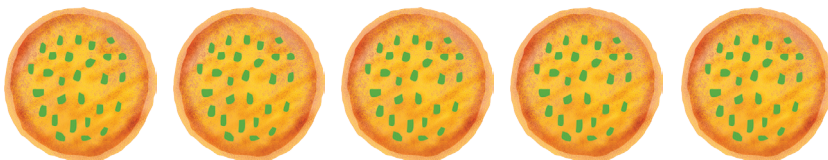
2 將下面的分數用除法算式表示。

(1) $\frac{12}{7} = \underline{\hspace{1cm}} \div \underline{\hspace{1cm}}$

(2) $1\frac{2}{3} = \underline{\hspace{1cm}} \div \underline{\hspace{1cm}}$

動動腦

將5張蔥油餅平分給4人，每人分到幾張蔥油餅？
用分數表示除的結果，並畫圖表示如何平分。





練習園地

1 在 中填入正確的數。

1 $\frac{1}{5} = \frac{\square}{15}$

2 $\frac{5}{7} = \frac{\square}{14}$

3 $\frac{4}{9} = \frac{8}{\square}$

4 $\frac{4}{6} = \frac{\square}{18}$

2 比比看，在 中填入 < 或 >。

1 $\frac{5}{8}$ $\frac{2}{4}$

2 $\frac{5}{12}$ $\frac{4}{6}$

3 $\frac{3}{14}$ $\frac{2}{7}$

4 $\frac{7}{9}$ $\frac{10}{18}$

3 用分數表示除的結果。

1 $3 \div 5 =$ _____

2 $5 \div 6 =$ _____

3 $7 \div 6 =$ _____

4 $10 \div 8 =$ _____

4 將 1 小時平分成 4 個時段，每一個時段叫做 1 刻鐘。

1 刻鐘是多少小時？是多少分鐘？

5 8袋糖果共重15公斤，一袋糖果重幾公斤？

6 弟弟4天吃3袋巧克力，哥哥2天吃一袋巧克力，平均一天誰吃的巧克力比較多？

7 一瓶飲料有2公升，媽媽有5瓶相同的飲料，如果全部平分給3個女兒，每個女兒可以分到幾公升？

古埃及的分數

在西元1858年時，人類在埃及發現了一卷紙草，上面記載著四千年前的古埃及人便已使用了分數的記法。有趣的是，古埃及人習慣把一個真分數寫成好幾個「分子是1的單位分數」相加。

例如： $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ ； $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ； $\frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ 。

為什麼他們要用幾個不同分母的單位分數來表示一個真分數呢？下面的漫畫將透過兩種分法來說明。

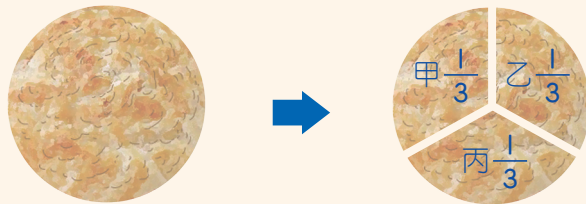


1 分法1-①



要把2塊一樣的餅平分給甲、乙、丙3個人，要怎麼分呢？

第6單元才學過，先把第一塊餅平分成3份，每個人分到 $\frac{1}{3}$ 塊餅。

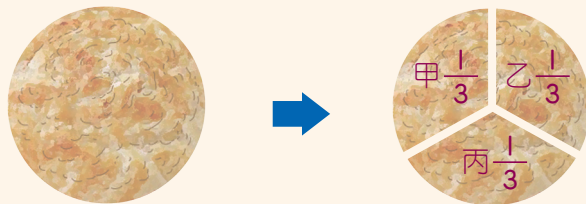


分法1-②

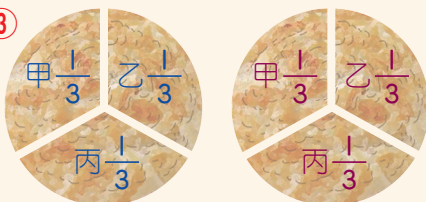


我知道了，再把第2塊餅平分成3份，每個人又分到 $\frac{1}{3}$ 塊餅。

沒錯！真聰明。



分法1-③



所以每個人共分到 $\frac{2}{3}$ 塊餅。

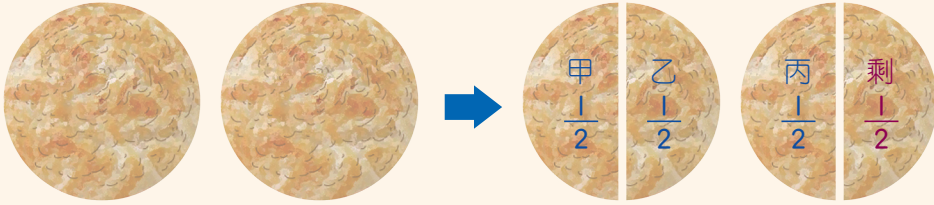


分法2-①



那麼古埃及人又是怎麼分的呢？

他們先把每一塊餅都平分成2份，一共有4份，每個人拿到 $\frac{1}{2}$ 塊餅，剩下 $\frac{1}{2}$ 塊餅。

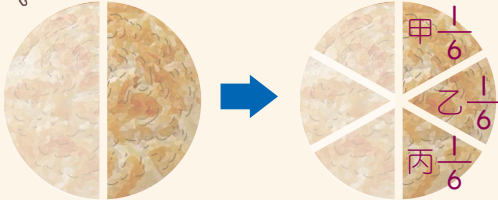


分法2-②



那剩下的 $\frac{1}{2}$ 塊餅要怎麼平分給3個人呢？

再把 $\frac{1}{2}$ 塊餅平分成3份， $\frac{1}{2}$ 塊就是 $\frac{3}{6}$ 塊，每個人分到 $\frac{1}{6}$ 塊餅。



所以每個人分到 $(\frac{1}{2} + \frac{1}{6})$ 塊餅。因此 $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ 。

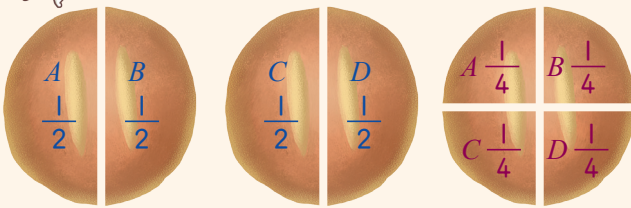


2



$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 也是一樣的道理嗎？

是的。將3塊麵包平分給4個人，「 $3 \div 4 = \frac{3}{4}$ 」，所以每人分到 $\frac{3}{4}$ 塊麵包。用古埃及人的分法如下圖：



所以每個人分到 $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$ 塊麵包。

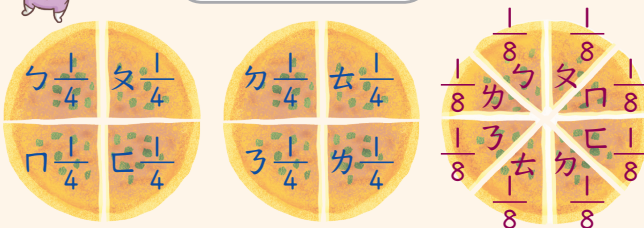


3



$\frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ 也是一樣的道理嗎？

是的。將3張蔥油餅平分給8個人，「 $3 \div 8 = \frac{3}{8}$ 」，所以每人分到 $\frac{3}{8}$ 張蔥油餅。用古埃及人的分法如下圖：



所以每個人分到 $(\frac{1}{4} + \frac{1}{8})$ 張蔥油餅。

