

2-2 根式的運算

(桌遊:根式撿紅點)

[精華版影片連結](#)

設計者:

楊梅國中張正鏡老師

仁美國中劉秀鈴老師

課程說明

一、教學目標:

設計理念	臆測學習、合作學習，共同成長、理解，熟練、計算運用，培養解決問題的能力		
學習重點	學習表現	n-IV-5 理解二次方根的意義、符號與根式的四則運算，並能運用到日常生活的情境解決問題。	核 心 素 養 A·自主行動 · <input type="checkbox"/> A1 身心素質與自我精進 · <input checked="" type="checkbox"/> A2 系統思考與解決問題 · <input type="checkbox"/> A3 規劃執行與創新應變 B·溝通互動 · <input checked="" type="checkbox"/> B1 符號運用與溝通表達 · <input type="checkbox"/> B2 科技資訊與媒體素養 · <input type="checkbox"/> B3 藝術涵養與美感素養 C·社會參與 · <input type="checkbox"/> C1 道德實踐與公民意識 · <input checked="" type="checkbox"/> C2 人際關係與團隊合作 · <input type="checkbox"/> C3 多元文化與國際理解
	學習內容	N-8-1 二次方根：二次方根的意義；根式的 <u>化簡及四則運算</u> 。	

課程說明

二、教學架構:



課程說明

三、教學特色:

- 臆測學
習單

翻轉
學習

- 提問式教
學、分組
合作學習

自發
互動

- 臆測單 提
問、桌遊

多元
評量

- 多媒體、
自製桌遊

創新
教學

一、前情提要:臆測單複習

➡ (1)最簡方根

將根式化簡成 $a\sqrt{b}$ 的形式，其中 a 為整數、分數或小數， b 為正整數，且 b 的標準分解式中，質因數的次數都是1，此時我們就稱 $a\sqrt{b}$ 為最簡根式

$4\sqrt{3}$ 是**最簡根式**， $3\sqrt{2}$ 、 $-7\sqrt{3}$ 、 $\frac{1}{2}\sqrt{15}$ 等也都是最簡根式。

如何變成最簡方根

(1) 根號內的數，其標準分解式中有質因數的次數大於 1。

例如：

$$\begin{aligned}\sqrt{48} &= \boxed{} = \boxed{} = \boxed{} \\ \sqrt{12} &= \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}\end{aligned}$$



將下列根式化為最簡根式。

$$(1)\sqrt{2^5}$$

$$(2)\sqrt{80}$$

$$(3)\sqrt{12}\times\sqrt{20}$$

$$(4)\sqrt{6\times 9\times 121}$$

解

$$\begin{aligned}(1)\sqrt{2^5} &= \sqrt{2^4}\times\sqrt{2} \\ &= 2^2\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2)\sqrt{80} &= \sqrt{2^4\times 5} \\ &= 2^2\times\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3)\sqrt{12}\times\sqrt{20} &= 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4)\sqrt{6\times 9\times 121} &= \\ &= \sqrt{6}\times\sqrt{9}\times\sqrt{121} \\ &= \sqrt{6}\times 3\times 11 \\ &= 33\sqrt{6}\end{aligned}$$



如何變成最簡方根

(2) 分數的分母有根式。(有理化)

* 型一 簡單型

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \boxed{} = \boxed{}$$

$$-\frac{9}{\sqrt{6}} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \boxed{} = \boxed{}$$

將下列根式化為最簡根式。

$$(1) \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$(2) \frac{3}{\sqrt{32}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2^5}}$$

$$= \frac{3}{4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3 \times \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{8}$$



如何變成最簡方根

(3) 根號內的數為分數或小數。

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \boxed{}$$

$$\sqrt{0.8} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{} = \boxed{}$$

將下列根式化為最簡根式。

$$(1) \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$(2) \frac{3}{\sqrt{32}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2^5}}$$

$$= \frac{3}{4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3 \times \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{8}$$



二、前情提要:同類方根

當兩個或兩個以上的根式分別化為形如 $a\sqrt{b}$ 的最簡根式後，若根號內的數 b 相同，就稱它們是**同類方根**。

例如： $2\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 是 $\sqrt{2}$ 的同類方根；

$-3\sqrt{10}$ 、 $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 是 $\sqrt{10}$ 的同類方根。

圈圈看，下列哪些是 $\sqrt{6}$ 的同類方根。

解

$$\sqrt{12}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{24}$$

$$= 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{16}$$

$$= 4$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$


$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{0.06}$$

$$= \sqrt{\frac{6}{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{10}$$






牛刀小試一

美人泡泡魚





牛刀小試二

根式檢紅點





教學心得分享

面對新的世代，老師的教學有需多挑戰，除了保持教學的熱誠，更要思考如何和學生產生學習的共鳴。在這次做了教學改變，從臆測單改變學生學習模式，讓學生自主學習，提問式教學讓學生進行自主思考，在多媒體遊戲與自製桌遊根式撿紅點，讓學生學習有更多的樂趣。在這些改變中，我們也發現學生樂在學習，讓教學充滿著動力與活力。

張正鏡、劉秀鈴老師誌



老師評分 1-10
自評 1-10
5

一. 說明下列名詞並舉例

- 最簡方根: 根式 $a\sqrt{b}$ 中, a 為整數, b 為正整數, 且 b 的質因數分解中, 質因數次數為 1. ex: $4\sqrt{3}$. 同類項的功能可以加減, 合併. ex: $3x+4x=7x$
- 同類方根: 若將根式化為最簡根式後, 含有相同方根, 就稱這些根式為最簡方根. 同類項的功能可以加, 減, 合併. ex: $\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

二. $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ 與 $\sqrt{3 \times 5}$ 是否相同並說明原因

相同, 因為根號乘法可合併。是運用了結合律的原理。

結論:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

三. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 與 $\sqrt{\frac{3}{5}}$ 是否相同並說明原因

相同, 因根號進行除法時可運用結合律合併。

結論:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

四. 何謂有理化?
 指的是將該原為無理數的分母化為有理數的過程, 也就是將分母中的根號化去

(1) 有理化 $\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$ #

(2) 有理化 $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = ?$

$$\frac{1 \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3-5} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{-2}$$
 #

六. (1) $\frac{1}{4}\sqrt{48} - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{2}{3}\sqrt{12} - \sqrt{\frac{5}{3}} = ?$

$$= \frac{1}{4}\sqrt{16 \times 3} - \frac{5}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} + \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{4}{3}\sqrt{3} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{6}{6}\sqrt{3} - \frac{5}{2}\sqrt{\frac{3}{5}} + \frac{4}{3}\sqrt{3} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{6}$$
 #

五. (1) $\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
 上述式子正確嗎?
 正確, 因為 $\sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ #

(2) $\sqrt{8}$ 與 $\sqrt{2}$ 是同類方根嗎? why
 是, 因為 $\sqrt{8}$ 與 $\sqrt{2}$ 化為最簡方根後, 同類項減, 所以是同類方根.

(3) $\sqrt{6}$ 與 $\sqrt{\frac{6}{5}}$ 是同類方根嗎? why
 是因為 $\sqrt{\frac{6}{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}}{5}$, 所以這兩者為同類方根.

(2) $(1+\sqrt{3}-\sqrt{5})(1-\sqrt{3}+\sqrt{5}) = ?$

$$= 1 - (\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$$

$$= 1 - (3 - 2\sqrt{15} + 5)$$

$$= 1 - (8 - 2\sqrt{15})$$

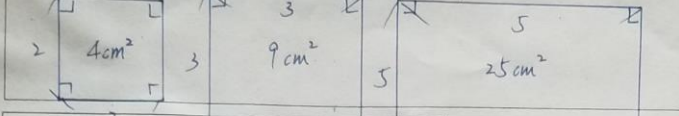
$$= 1 - 8 + 2\sqrt{15}$$

$$= -7 + 2\sqrt{15}$$
 #

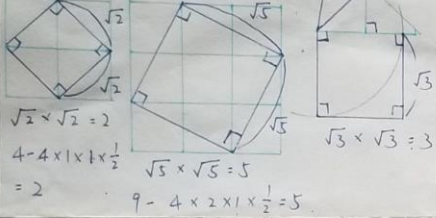


老師評分 1-10
自評 1-10

一. 請畫出面積為 4, 9, 25 的正方形, 並分別寫下邊長長度 $\sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{25}=5$



二. 請畫出面積為 2, 3, 5 的正方形 (畫圖痕跡請留下) 並分別寫下邊長長度



三. (1) $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2, \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3, \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$
 $\Rightarrow 4, 9, 25$ 稱: 完全平方數

(2) $\sqrt{2} \div 1.41, \sqrt{3} \div 1.73, \sqrt{5} \div 2.23, \sqrt{7} \div 2.64, \sqrt{11} \div 3.31$
 (3) 序(由)大小, 順序
 $\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{7} < \sqrt{11}$

- 四. (1) $\sqrt{49} = 7, (7) \sqrt{441} = 21$
 (2) $\sqrt{64} = 8, (8) \sqrt{529} = 23$
 (3) $\sqrt{121} = 11, (9) \sqrt{576} = 24$
 (4) $\sqrt{169} = 13, (10) \sqrt{625} = 25$
 (5) $\sqrt{196} = 14, (11) \sqrt{676} = 26$
 (6) $\sqrt{289} = 17, (12) \sqrt{361} = 19$

五. (1) $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{196}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$
 (2) $\sqrt{0.0676} = 0.26$
 (3) $\sqrt{360a} = b, a, b$ 均為正整數, a, b 最小值為多少
 $\sqrt{360 \times 10} = 60, a=10, b=60$

六. 何謂平方根? 25 的平方根 = $\sqrt{25}$ 對嗎? 為何?
 $a^2 = b (b \geq 0)$ 則 a 是 b 的平方根, 記作 $a = \pm\sqrt{b}$
 25 的平方根 = 5 對 #
 相同 ps: $(-\sqrt{25})$ 也是

一、請解釋下列名詞並舉例

➡ (3) 同類項

有相同未知數且未知數次數相同

同類項化簡

EX:	$2x$	$3x$	✓	$3xy$	$5xy$	✓
	$-y$	$5y$	✓			
	10	-5	✓			
	$3x^2$	$5x^2$	✓			
	$-3y^3$	$5y^3$	✓			

三、判斷下列敘述是否正確

➔ (1) $2x+3y=3xy$



不對;因為 $2x$ 與 $3y$ 的未知數符號並不相同，不是同類項，所以無法加減。



+



=



$2x$

+

$2x$

=

$4x$

三、判斷下列敘述是否正確

➡ (2) $2x + 3x^2 = 5x^3$



不對;因為 $2x$ 與 $3x^2$ 的未知數符號雖然相同，但次方數不同，也不是同類項，所以無法加減。



+







=



接例題8 例題9

二、請完成下列表格

X 帶入	-4	0.5
$6X-3$	 21	 0
$2(X+1)-X$	 -2	 2.5



Quizlet Live 小試身手

四、化簡下列各式

$$\rightarrow (1) \frac{1}{2}(3x - 1) - \frac{5x+3}{3}$$

$$= \frac{3x}{2} - \frac{1}{2} - \frac{5x}{3} - \frac{3}{3}$$

$$= \frac{3x}{2} - \frac{5x}{3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{3}$$

$$= \frac{9x}{6} - \frac{10x}{6} - \frac{3}{6} - \frac{6}{6}$$

$$= \frac{-x}{6} - \frac{3}{2}$$

分配律

通分

$$= \frac{3(3x - 1)}{6} - \frac{2(5x + 3)}{6}$$

$$= \frac{3(3x - 1) - 2(5x + 3)}{6}$$

$$= \frac{9x - 3 - 10x - 6}{6}$$

$$= \frac{-x - 9}{6}$$

四、化簡下列各式

$$\rightarrow (2)y - \frac{y-3}{2} + \frac{2-3y}{3}$$

通分

$$= \frac{y - 3(y - 3) + 2(2 - 3y)}{6}$$

$$= \frac{y - 3y + 9 + 4 - 6y}{6}$$

$$= \frac{-8y + 13}{6}$$

四、化簡下列各式

$$A = 3x - 5, B = x - 2, C = -3x + 1$$

➔ (3) $2A - (3B - 4C)$

$$= \frac{3(3x - 1)}{6} - \frac{2(5x + 3)}{6}$$

通分

$$= \frac{3(3x - 1) - 2(5x + 3)}{6}$$

$$= \frac{9x - 3 - 10x - 6}{6}$$

$$= \frac{-x - 9}{6}$$

四、化簡下列各式

$$A = 3x - 5, B = x - 2, C = -3x + 1$$

$$\rightarrow (4) \frac{A}{2} - \frac{B}{3} + \frac{C}{4}$$

四、化簡下列各式

➔ (1) $\frac{1}{2}(3x - 1) - \frac{5x+3}{3}$