

桃園市 110 學年度國教輔導團國中數學領域 3 人小組共備

共備時間	110/11/11(四)	共備地點	山腳國中
共備主題	「攻克俄羅斯輪盤」21 世紀數學素養進教室教案共備		
參與人員	李慧玲	劉建成	謝熹鈞

一、與教學模組深交

深交的第一步就是我們不能只看每個數學內容，談數學內容，而重點是學生的信心與態度。

活動任務一：一定抽中嗎 《學習目標：引動思考何時才有不確定性及機率的需求》 《學習內容：不確定性》			
機率的迷思修正→機會均等才產生機率			
教學原則	1.學生對話 2.老師生提問 3.分析	思考技能 元素	
激發思考	我現在要妳抽出藍筆，只能選一個袋子抽藍筆。	溝通 釐清想法 調適想法 反思 事件描述 詮釋了解 批判評鑑	
診斷學習	為什麼要這個？ 這個摸起來觸感不一樣。(感受機率的公平性不存在)		
激發思考	妳這邊抽藍筆看看，抽到的是紅筆。如果這邊也讓妳抽到藍筆，妳覺得妳心中哪一個會比較高興一點？		
情緒分享	這個，我運氣比較好。(因為不確定性的存在) 運氣好，這個是她可以自己決定(機率的公平性不存在) 釘書機和藍筆這袋，一定抽到藍筆卻不一定是開心的，因為是自己能控制的必然結果。 藍筆和紅筆這袋因為存在不確定性的因素影響，需要運氣才能抽到，從情緒也可感受不確定性的存在。		
一開始「決定選哪一個袋子」的抽籤，引發學生好奇心與激發學習的興趣，主要目標是讓學生感受到什麼時候會有不確定性出現，會有機率的需求。也希望引出錯誤的直觀，讓學生在藉由反思調整修正，希望能應用在接下來的探究學習過程，自己建系統下結論。			

"不確定性"並不是"有誤差"，就是只要有機會，機會可能有不同的機會，機會是公平性的，這個才是不確定性，不是有誤差。**不確定性還要加上一個隨機才是不確定嘛。**

活動任務二：發展樹狀圖

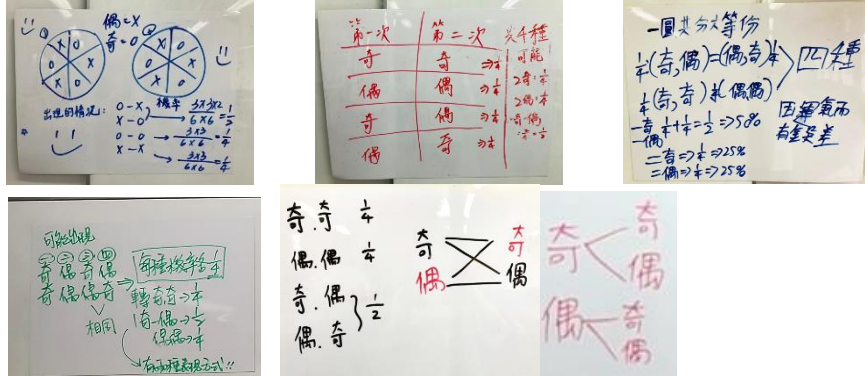
《學習目標：發展樣本空間的表徵，並能應用結構關係解題》

《學習內容：不確定性、樣本空間、樹狀圖》

1. 操作轉盤 A 記錄結果並預測全班各項奇偶情況次數。
2. 透過遊戲活動理解**樣本空間**的概念。
3. 有系統地建立資料的結構關係，進而發展出樹狀圖的概念。
4. 應用結構關係解機率相關問題

教學原則	1.學生對話	2.老師生提問	3.分析	思考技能 元素
激發思考	<p>學習單 0-1 問題:</p> <p>有同學認為操作一回合 (2 次)的結果有 3 種，所以機率都是 1/3。你同意該同學的看法嗎？</p> <p>“你覺得等一下我們在轉的結果，機會會都是 1/3 嗎？這位同學她覺得是同意的，這邊也有不同意的同學，都沒關係，我們就要大膽假設、小心求證對不對，我們接下來就實驗看看，合不合理、正不正確。”</p> <p>接下來邊猜邊實驗，並且做記錄，然後再去做反思。</p>			<p>研究與探究</p> <p>提想法</p>
激發思考 情緒分享	<p>"對，奇，1 分。再押，1 奇 1 偶。偶啦，好厲害。"</p> <p>"奇數的 1、2、3、4，1 奇 1 偶有 1、2。"</p> <p>"為什麼結果押注比較不一樣？"</p> <p>"第一回合押注的理由是什麼？"</p> <p>"猜的。" "我也是啊，可是我都全錯。"</p> <p>學習單 1-2 問題:"第十回合呢？" "我邊押邊寫，我看前面中的機率還蠻大，我就繼續寫下去了。"</p> <p>"妳押 1 奇 1 偶，妳覺得機會比較大，所以押那個，那第十回合呢？"</p> <p>"更堅定妳的信心，這樣押是正確的策略。"</p> <p>透過小組對話、個人發表，及師生提問對話等方式，穿插課中隨時診斷學習。過程中，猜測正確的成功經驗，讓學生更有動</p>			<p>研究與探究</p> <p>做試驗</p> <p>溝通</p> <p>釐清想法</p> <p>調適想法</p> <p>研究與探究</p> <p>提想法</p> <p>做試驗</p> <p>自主堅持</p> <p>自主導向</p> <p>自動自發</p> <p>堅持不懈</p>

	<p>力繼續挑戰，或是原先預測的理由與後來預測的理由不同而產生的認知衝突，藉由這些不斷出現的開心、驚訝或失落的心情，持續引動學生想探究的興趣，並能激發自主導向、自動自發的態度，堅持不懈的探索出結果，這就是 21 世紀自主堅持的技能展現。</p>	
<p>激發思考 診斷學習 語言演化</p>	<p>學習單 1-4 問題:"我們剛剛全班有 12 組，你覺得 120 回合裡面，應該會有幾次 2 奇、幾次 2 偶，幾次 1 奇 1 偶?"</p> <p>"我覺得 40、40、40，我也覺得 40、40、40，它們總表跡象有四種，奇奇、偶偶、奇偶、偶奇,然後奇偶跟偶奇都屬於同種對不對，$1/4$、$1/4$、$1/4$，然後因為奇偶跟偶奇同一個，所以變 $2/4$。我覺得應該是 1:1:2 吧。我也覺得是 1:1:2，所以 30、30、60。對，應該是。30、30、60。因為它有 2 奇、2 偶、1 奇 1 偶或者是 1 偶 1 奇，可是不是要跟著自己的數據算嗎？我預測。30、30、60"</p>	<p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係</p> <p>溝通</p> <p>釐清想法 調適想法 統整想法</p> <p>反思</p> <p>事件描述 詮釋了解</p>
<p>激發思考 診斷學習 語言演化</p>	<p>學習單 1-5 問題:出現最多次的 1 奇 1 偶，請你重新思考一下，到底我們剛剛押是三種可能去押，會是 $1/3$ 嗎？剛剛一開始押，同意 $1/3$ 的舉手，還同意嗎？為什麼不同意？</p> <p>學生透過研究探究澄清</p> <p>【迷思概念一】推論三種情況，應該各 $1/3$ 是錯的。</p> <p>【迷思概念三】未理解樣本空間每一事件出現機會需相同</p>	<p>研究與探究</p> <p>下結論</p> <p>反思</p> <p>事件描述 詮釋了解</p>
<p>激發思考 診斷學習 情緒分享 語言演化</p>	<p>學習單 2-1 問題:轉動 1 回合，可能的情況是哪些？</p> <p>奇偶或偶奇，一樣的，有差嗎？有啊，妳今天先轉到奇數，然後之後再轉到偶數，跟妳先轉到偶數再轉到奇數，合起來是不一樣的，所以四個的機率應該是 $1/4$、$1/4$、$1/2$。妳看這邊有 6 個、這邊有 6 個，36 種可能對不對，然後妳看這邊就會有圈圈，然後圈圈、圈圈，所以有很多種的可能，應該會有 9 種可能，所以 2 邊都是圈，應該是 $9/36$，$1/4$。真棒。$1/4$、$1/4$。</p>	<p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係</p> <p>溝通</p> <p>釐清想法 調適想法</p> <p>反思</p> <p>詮釋了解</p>
<p>激發思考 診斷學習 情緒分享 語言演化</p>	<p>學習單 2-2 問題:你如何表示一回合中的各種可能，並算出每一種情況的機率呢？</p>	<p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係 建系統</p>

	 <p>有系統的列舉計數，各式各樣創意表徵</p> <p>生生共建：小組討論及發表過程，為了明確溝通的需求，自然發展出數學語言。</p>	<p>創造力</p> <p>流暢性</p> <p>變通性</p> <p>獨創性</p>
--	--	--

數狀圖也是工具，整個數學整部數學都是工具，日常生活應用學習其他領域的所需要的那就是工具的觀點，培養日常生活應用的什麼東西？學習其他領域的什麼東西。那那個東西就是工具嗎？是哪來應用來解決日常生活問題。那來學習其他領域，整個數學你都可以把它當成是工具。

利用遊戲活動理解樣本空間的概念：

透過遊戲的設計，【轉盤 A】奇數與偶數皆各有 3 個樣本，遊戲活動前學生能察覺，或是學生能透過遊戲活動的紀錄與統計，導入樹狀圖，協助建立完整的樣本空間，進而利用其求機率。

以提問的設計來營造認知與情緒交融的學習歷程，藉由小組對話、個人發表，及師生對話更深入了解學習單填答背後的想法，更清楚掌握學生真實的理解與思維，視實際需要進行協助。。

活動任務三：批判不同輪盤

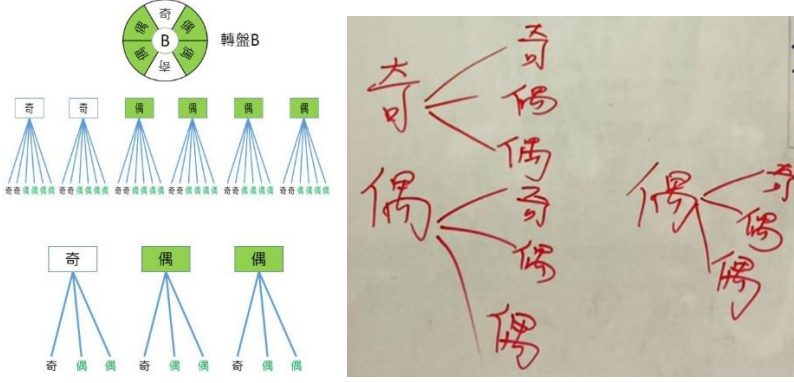
《學習目標：機會不均等下，能有系統列出樣本空間並合理推論》

《學習內容：不確定性、機率》

1. 搭配學習單的問題，運用合理方式，預測機會不均等的轉盤 B。
2. 期望學生直接透過轉盤 A 做學習的遷移到轉盤 B。

教學原則	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.學生對話</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.老師生提問</div> </div>	思考技能元素
激發思考 語言演化	<p>學習單 3-2 問題:"轉動 1 次出現的情況有哪些？出現的機率分別多少？"</p> <p>"它有 4 個，然後它剛好 6 份，所以它 4/6，因為它有 6 個，然後裡面只有 2 個奇數，它是 2/6 對吧。"</p>	<p>系統性思維</p> <p>找元素</p> <p>找關係</p>

<p>激發思考 情緒分享 語言演化</p>	<p>學習單 3-3 問題:一樣轉動 2 次，2 次奇，它到底機率是多 少？</p> <p>"$1/3 \times 1/3$ 是 $1/9$ 吧。為什麼？因為這裡有 6 個，然後另外一個也有 6 個，然後這個盤有 2 個奇數，然後另外一個盤也有 2 個奇數，所以這樣是 4 個奇數，然後它有.....。因為這邊有 6 個、這邊有 6 個，乘起來是 36 種可能，所以 $4/36$ 是 $1/9$。"</p>	<p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係</p>
<p>激發思考 診斷學習 語言演化</p>	<p>學習單 3-4 問題:</p> <p>"應該是不同意，因為妳轉的次數比較少。其實比例差不多，只是有一點點誤差不是嗎？如果妳實驗的次數越多，妳的數據就會越準確。"</p> <p>"不同意，A 轉盤它有 3 個奇、3 個偶，B 轉盤是 2 個奇、4 個偶，他們奇偶的數量不同。"</p> <p>"用 A 轉盤來推估全班的數據好不好？"</p> <p>"我覺得應該是不可以，因為它的偶數跟奇數的數量就不同了，算出來的數據也會有差距。"</p> <p>"第三題會有誤差吧。可是如果是大概推的話可能，我們剛剛 A 轉盤也沒有算，但是也可以大概推出來 1:2，可是也有可能會出現像這種極端，如果大概算出來之後，這裡是 $1/2$，它們又乘上 2 倍，所以 10 次這樣子不準確。那我就 2 個都同意，因為，好，你說你的想法，做實驗的話會比較準。但是不做實驗，用算的話也可以。"</p> <p>"那第四小題呢？有人說用算的，你同意嗎？"</p> <p>"算式也是實驗推導出來的，所以算得出來。把實驗整理歸納，然後推出來算式，所以算是可以的。我同意，其實我覺得用玩的或用算的都可以，只是用玩的又用算的，數據可以更精準。"</p> <p>利用四種預測方式，讓學生想想各種預測「玩轉盤 B 一回合，出現 2 次奇數的機率」之方式是否合理並解釋原因。透過批判思考釐清【迷思概念四】對於兩倍面積的偶數該如何在樹狀圖中呈現，並反思解釋合理性。</p>	<p>批判性思考</p> <p>察覺矛盾 說理反駁</p> <p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係 建系統</p> <p>自主堅持</p> <p>自主導向 自動自發 堅持不懈</p> <p>反思</p> <p>事件描述 詮釋了解</p>

<p>激發思考 診斷學習 語言演化</p>	<p>那同學想一下，我們現在轉盤有沒有辦法再簡化，因為好多。6個裡面有2個、6個裡面有4個，所以1/3、2/3，我猜的，是不是？</p> <p>有沒有機會做像這樣的簡化？</p> <p>因為它這邊是3個奇、3個偶，但這邊它是1:2，所以我就把它分1:2，然後下面也是1:2，我就把它這樣畫出來了。</p>  <p>希望學生透過系統性思維中能釐清【迷思概念二】偶數面積明顯大，所以2個偶出現機率可能會比1奇1偶出現機率大，並反思解釋合理性，然後建立資料間的關係，最後應用結構關係解題</p> <p>師生對話： 建構樣本空間不同的表徵方式，以樹狀圖呈現，學生能將其運用在問題探究上。</p>	<p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係 建系統</p> <p>自主堅持</p> <p>自主導向 自動自發 堅持不懈</p> <p>反思</p> <p>事件描述 詮釋了解</p>
<p>激發思考 診斷學習 語言演化</p>	<p>"轉盤 A 出現 2 次偶數是 $1/2 \times 1/2$，B 轉盤應該也是這樣，同意嗎？"</p> <p>"1/3 吧，2/3，它是偶，如果真的要這樣講的話，妳看這種不是有 6 個，36 種可能對不對？對。36 種可能，好看這是偶，這樣會用 4 次對不對，4×4 多少？16，16 對不對，所以 $16/36$ 是等於多少？$4/9$ 懂嗎？就這樣。因為妳看她畫的圖，出現 2 次偶數的機率不是偶數跟偶數的那個，1 次、2 次、3 次、4 次嗎？就是我剛剛講的這個，有 36 次對吧，但是偶數的話，一個偶數它可以配 4 個對不對？所以的話就是 $4 \times 4 = 16$，$16/36$ 就是 $4/9$。"</p>	<p>批判性思考</p> <p>察覺矛盾 說理反駁 判斷有效性</p> <p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係 建系統</p>
<p>激發思考 診斷學習 語言演化</p>	<p>學習單 3-5 問題:請出 1 奇 1 偶的機會</p> <p>為什麼要乘 2？為什麼是 $4/9$？奇偶、偶奇啊，為什麼乘出來是 $4/9$？因為有可能偶奇或奇偶，所以要乘 2。因為剛剛推出來的話，2 次奇數的話是 $1/9$，然後 2 次偶數的話是 $4/9$，</p>	<p>系統性思維</p> <p>找元素 找關係 建系統</p>

	$1/9+4/9=5/9$ ，然後 $9/9-5/9=4/9$ 。1 奇的機率是 $1/3$ ，偶數的機率是 $2/3$ ，但是 1 奇 1 偶跟 1 偶 1 奇其實是一樣，所以乘以 2 就等於 $2/9 \times 2 = 4/9$ 。	
--	--	--

利用遊戲活動理解樣本空間的概念：

透過遊戲的設計，營造出【轉盤 A】奇數與偶數皆各有 3 個樣本，【轉盤 B】奇數會有 2 個樣本，偶數有 4 個樣本的情境，遊戲活動前學生能察覺，或是遊戲過程中學生能體現其中的不同，進而共建成機率的理論值。

展開一連串探究及臆測的過程，藉由提問讓學生不斷經歷猜測、驗證、澄清、反思的歷程，培養批判性思維及系統性思考的能力。

教師能以提問的設計來營造認知與情緒交融的學習歷程，讓學生反思什麼時候用理論？什麼時候用實驗？如果用理論應該用什麼方式？並說明理由。

從學習單：藉由學習單中的提問診斷學習，了解學生的想法、持有的觀點，建立正確的概念，適時澄清迷思概念。

活動任務四：利用機率解決情境問題

《學習目標：能綜整所學應用於生活情境的問題解決》

《學習內容：生活應用》

集滿 100 點你就可以得到麥當勞一份，如果想吃到麥當勞，要選哪一個轉盤讓老師玩？

教學原則	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1.學生對話</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.老師生提問</div> </div>	思考技能元素
激發思考 診斷學習 情緒分享 語言演化	<p>要選一個轉盤 A 或轉盤 B 讓我下注，如果等下轉 2 次我押中了，就是我贏，但如果轉出來出現的是另外 2 個，就是你贏。老師贏有 $1/2$，但是另外一個老師贏有 $4/9$，要扣掉那個，對啊，不然老師一定選 1 奇 1 偶，因為這樣機率比較大。A 轉盤的話，1 奇 1 偶的機率是 $1/2$，所以我們能贏的機率也是 $1/2$。他如果用 B 玩的話，1 奇 1 偶的機率是 $4/9$，所以我們能贏的機率是，其實是要選 B 啦，選 A。</p> <p>你們建議班長選 A 轉盤或 B 轉盤？</p> <p>A 轉盤、B 轉盤。</p> <p>當聽到與自己相同或不相同的選擇時，會有什麼決定，除了機率概念的應用，同時可見其反思、批判性思考及系統化解問題的展現。</p>	系統性思維 找元素 找關係 建系統 批判性思考 察覺矛盾 說理反駁 判斷有效性

<p>激發思考 診斷學習 情緒分享</p>	<p>學習單 4-1 問題:我們來看一下 4-2，老師押錯，班上每個同學都要記榮譽卡 1 點，集滿 100 點就可以送麥當勞，你用 A 轉盤讓老師玩，100 回合之後你會記幾點？用 B 轉盤 100 回合，你又記幾點？</p>	<p>系統性思維 找元素 找關係 建系統</p>
<p>激發思考 診斷學習</p>	<p>學習單 4-2，4-3 問題:A 轉盤玩 100 回合。 前面已經算過，你 1 奇 1 偶的可能性比較大，所以我覺得你會選 1/2，所以 $180 \times 1/2 = 90$，那就是這個 90 是老師會贏的那個，所以 180 再減掉 90，才會變成我們可以記的。 那如果是 B 轉盤呢？ B 轉盤就是 $180 \times 4/9$，一樣就是 1 奇 1 偶，然後一樣算出來的 80，就一樣是老師會贏的回合，所以 $180 - 80 = 100$，所以我們就會得到 100 點。</p>	<p>系統性思維 找元素 找關係 建系統 批判性思考 察覺矛盾 說理反駁 判斷有效性</p>
<p>激發思考 診斷學習</p>	<p>學習單 4-4 問題:"你們覺得老師會怎麼押呢？B 轉盤。1 奇 1 偶。只有押 1 奇 1 偶的可能嗎？或者是 2 偶。1 奇 1 偶跟 2 偶機會是怎麼樣？一樣。什麼情況我會押 2 奇？想讓我們贏。如果老師先押呢？班長我偷偷跟你講，我等下會押 2 偶。 A，因為 A 轉盤 2 偶的機率是 1/4，然後 B 轉盤是 4/9，就代表說 A 轉盤我們贏的機率是 3/4，然後 B 轉盤我們贏的機率是 5/9。" 利用角色扮演提供生活應用的情境，藉由生活情境中莊家的角色扮演，希望學生應用所學，發揮創意設身處地思考，該選擇哪一個轉盤，並提出支持這個選擇的理由，以此作為最後的表現任務，檢驗學生綜整學習後的成果。</p>	<p>批判性思考 察覺矛盾 說理反駁 判斷有效性 反思 事件描述 詮釋了解 批判評鑑</p>
<p>診斷學習 情緒分享</p>	<p>他們跟老師對賭這樣的過程裡面，他們已經有自己想法的架構，可以把自己想要表達的東西表達出來。學生會用不同的方式去把他的想法表達出來</p>	<p>反思 事件描述 詮釋了解 批判評鑑</p>
<p>激發思考 診斷學習</p>	<p>"想想看，如果用理論，有什麼方法可以幫助你思考？把所有的可能全部列出來，然後再把它列成樹狀圖。用出來之後就再代進去算。機率是要在什麼情況之下才有機率我們的理論存在？沒有外部干涉。沒有外力干擾我們叫什麼？公不公平？公平對不對？那我們稱它叫做公正的情況之下。"</p>	<p>反思 事件描述 詮釋了解 批判評鑑</p>

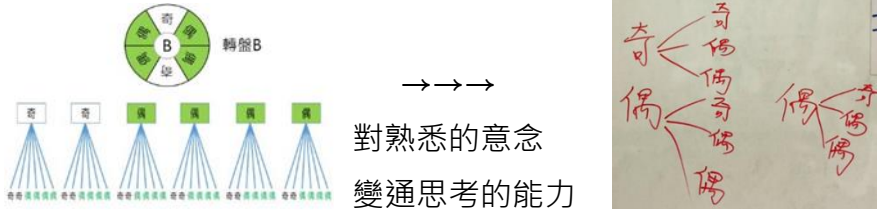
激發思考 診斷學習	<p>"瞭解到那個機率的問題，是有一定的規律的。發現不是所有都是靠運氣的，你也可以用腦去想一想，然後你可以讓你自己翻到你想要東西的機率變大。就是很好玩，可以用那個實驗來證明機率這個東西。我覺得很好玩，比起平常只是用課，就是可以更實際地去摸到。樹狀圖，就是去推論下有機率的可能。"</p>	反思 事件描述 詮釋了解 批判評鑑
<p>透過真實情境的問題，考驗學生轉化建模的能力，檢核是否能整合之前學習歷程中習得的概念，並且運用批判思考及系統性思維做出合宜的決定說服自及他人</p> <p>麥當勞那個部分學生回答都是用非常數學的方式，而且是不同面相，一個是用扣的，那一個是直接算的去做探討。就是那幾率表示不確定性，他以樹狀圖分析所有的可能性，並能應用幾率到簡單的日常生活解決情境問題。</p> <p>會考的內容大概只要考幾率大概就是這兩個，就是第一個他知道幾率怎麼來的？大概就可以解決問題。第二個如果是兩層的，就是它幾乎只要用樹狀圖就可以解決他的問題，而且是限定在兩層。</p>		

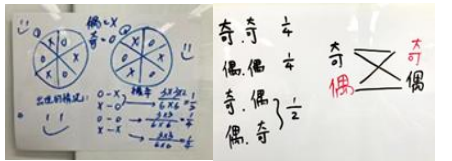
二、設計此單元素養思考技能的評量

	題目
原題	<p>一籤筒內有四支籤，分別標記號碼 1、2、3、4。已知小武以每次取一支且取後不放回的方式，取兩支籤，若每一種結果發生的機會都相同，則這兩支籤的號碼數總和是奇數的機率為何？【100 基測 I 第 23 題】</p>
修改後	<p>一籤筒內有五支籤，分別標記號碼 1、2、3、4、5。已知小武以每次取一支且取後放回的方式，取兩支籤，若每一種結果發生的機會都相同，小武認為奇數的籤比偶數的籤多一支，所以這兩支籤的號碼數總和是奇數的機率會大於 $\frac{1}{2}$，你同意該同學的看法嗎？如果同意，請說明你的理由，如果不同意，請給出正確的想法。</p> <p><input type="checkbox"/> 同意，理由是：</p> <p><input type="checkbox"/> 不同意，理由是：</p>

三、共備心得

21 世紀八大技能範例說明		
批判性 思考	察覺矛盾	<p>學習單利用批判性思考的方式來診斷學生到底學會了沒有，所以學生不但要察覺他的矛盾，說理反駁，然後還要提出正確的結論。(要能夠正確做判斷拿來用，並且覺得這樣是正確的，那就是有效的。判斷有效性有三類 1.判斷前提 2.判斷解釋 3.判斷結論。)</p> <p>例如：操作一回合的結果有 3 種，所以機率都是 1/3。你同意該同學的看法嗎？有學生他同意，接下來做實驗，然後就要說理由，他覺得好像從實驗結果看起來不是 1/3，這時候問他們相信實驗的結果？還是相信那個你原來的想法。這時候學生就會被實驗結果和同學所說的理由說服而改變想法。(從不同角度分析也是研究與探究)</p> <p>學習單 4-2.如果老師用轉盤 A，玩 180 回合後，你們每個人大約能在榮譽卡上記多少點呢？</p> <p>例如：4-4.請重新思考 4-1 的問題，你會建議班長選用哪一種轉盤讓老師玩，較有機會吃到麥當勞？為什麼？</p>
	說理反駁	
	判斷有效性	
研究與 探究	提想法	<p>老師從情緒分享讓學生提升興趣引起動機之後，展開整個研究探究的活動過程。</p> <p>例如：在任務一開始前老師先提出一個學生常有的迷思"轉兩次有奇奇、偶偶、奇偶三種情形，所以機會都是 1/3 嗎？"讓學生大膽假設提想法，做實驗小心求證，看看合不合理、正不正確也就是判斷有效性。(從不同角度分析也是批判性思考)</p> <p>例如：如果想吃到麥當勞，要選哪一個轉盤讓老師玩？也是。</p>
	做試驗	
	下結論	
自主 。堅持	自主導向	<p>老師鋪了非常多的問題，激發學生思考，產生了跟自己對話，也跟同學對話，學生比較有自主權的，他可以決定接不接受，先澄清自己的概念，然後找出說服或被說服的理由。老師適時提問能激發他們思考、興趣、實驗過程的正向情緒和成就感，能夠讓學生自動自發的主動探索，然後也能夠也能夠看到學生這些自主導向跟堅持不懈的部分。</p>
	自動自發	
	堅持不懈	

		例如：學生願意反覆操作，因為這個有遊戲的成分在裡面，玩是學習的最大動機，引起學生 自主導向自動自發 的玩，還有先引出他們一些錯誤的想法，然後他們想要去澄清好好，所以他會堅持不懈的，就是想得知結果，所以能夠 堅持不懈 。
資訊使用	模擬操作	這個模組 不強調資訊使用 ，重點是研究探究～動手做實驗。做實驗是有目的性的，想要澄清這三個情況到底是否相同？接著檢驗他原來的想法。數據只有藉助老師幫忙統整而已。所以是老師做不是學生。資訊使用會轉移學生的好奇心跟興趣的重點。
	探究實驗	
	反思溝通	
系統性思維	找元素	例如：從轉動 1 回合，可能的情況是哪些？ 找出 樣本空間的 元素 ， 建立 奇偶出現的 關係 ， 有系統 的列舉計數，各組寫出各式各樣創意表徵。 例如：轉盤 A 和轉盤 B 的樣本不同，學生想直接透過轉盤 A 做學習的遷移到轉盤 B，就會在一次的複製，運用系統性思維的三元素達成目標。
	找關係	
	建系統	
溝通	釐清想法	學生常自我對話，使用數據推論進行思辨，並將想法表達出來，就是要先 釐清自己的想法 ，小組討論時雖然他們在表達的時候常會卡住，其實他們不是不懂，只是 調適想法 上稍有不足，在修正之後把自己的想法調整後能讓其他人了解，最後他們可以 統整他們的想法 ，然後再上臺去發表。這是溝通技能的三元素。
	調適想法	
	統整想法	
反思	事件描述	如果想吃到麥當勞，要選哪一個轉盤讓老師玩？ 學生提出另一種賭法，會反問說 老師要先下注還是學生先選先選轉盤？ 為什麼會有這種現象？因為他想贏，所以他就會產生很多想法，顯然他們在前面的學習，學會分析問題，已經產生了反思的能力，利用這種學習都是自發性的，所以他對整個的 事情的描述 非常 了解 ，可以 詮釋 之後有新的想法"什麼情形之下，他可能可以獲得什麼樣的結果"然後再去解決跟老師對讀這個問題。也就是 批判評鑑 ，這就是完整的反思技能。
	詮釋了解	
	批判評鑑	
創造力	變通性	 <p>→→→ 對熟悉的意念 變通思考的能力</p>

	流暢性	許多不同構想的能力 讓學生把資料轉為的各種表徵	
	獨創性	也都是自己獨創的， 具有創造獨特反應的能力	

我覺得整個活動它是一個**研究探究的完整過程**。學生在這個單元的困難點，1.公正不公正的，因為我們平常提供不公正的機會不多。2.樹狀圖的方法，自主發展好像都是被教的，我們希望學生自己發展出來，其實真的蠻不容易。有一些孩子你要將他自己畫的時候或者是情況不再是硬幣的時候，他會有一點點沒辦法自己再去延伸跟應用這樣。例如中不中獎，他也有可能覺得就是一半一半，因為中跟不中，做了實驗，還是有學生對這個地方還沒有辦法立刻轉過來，這就是老師所講的素養，**他並沒有在那個適當的時候有機會的把它用出來**。影片裡面那個樹狀圖，其實在中間的過程中是學生自發性的去創造出來的。可以這樣的去表達它的那個系統思考，他使用工具其實是因為他們自己基於他們的系統思考，然後為了要溝通表達，然後我們也不許他這麼去做。所以把那個樹狀圖給逼出來，整個過程就可以看到，也有可能就是因為那個工具不是我們直接給他是發展出來的，所以其實他到後面其實已經可以用後設的觀點去說他怎麼運用到那個解題的過程。所以那個這裡的我們其實已經超越正確的態度，它其實還有評價的那個功能進來了。

因為老師從情緒分享讓學生提升興趣引起動機之後，他們就會提出很多自己的想法。然後透過我們整場的前面一半的**做實驗**，然後讓他們可以下結論，判斷說他們應該怎麼樣去面對這個問題的解決，所以除了做實驗，讓他們從實驗中去發現什麼是什麼，是結果是對的還是不對的。所以因為這一些東西就讓他們產生了自主堅持，所以他們可以有自主堅持的態度，然後藉由溝通，他們的溝通就由自己先把自己的想法說出來，就像學生他把自己的想法說到一半卡住了，其實他並沒有犯錯，他只是自己的想法說不出來，然後後來呢調整一下再說。所以自己的想法弄清楚之後，**還要能夠說給別人聽說給別人聽，讓別人能懂，那就是一個調整**。然後最後大家再把思考同整起來，然後產生呢一個脈絡性整整個事件的過程。在研究探究的過程中，因為情緒一直在高檔，大家都有想法想要講，老師適時的提問，不斷激發學生思考，包含一些錯誤的暗示，像那個 $1/3$ 什麼去激發他的思考，所以這個正向的情緒就會讓他產生了自主堅持，並利用提問診斷學生的學習，透過學生對問題的批判思考過程，來診斷學生學習的狀況，所以學生自發性的東西越來越多了。

學習單利用批判性思考的方式來診斷學生到底學會了沒有。所以學生不但要察覺他的矛盾，說理反駁，然後還要提出正確的結論也就是判斷有效性。**這是批判性思考技能的三**

元素。我們連教樹狀圖學生都都不怎麼有感了，而學生自己可以去想到樹狀圖，並拿來使用，所以就產生他整個系統性的思考在裡面完全展現出來。

講師們要在短時間內帶著老師們共備，其實會有一些難度，林老師說只要把重點放在說引起大家思考和討論，因為人多想法多，可以提供我們修改提升教案的效能，第二個是**老師會比較清楚，要怎麼樣引導學生，就是在跟學生互動的時候**。所以其實是大家想的這樣子的分類，對自己課程設計，對自己的師生互動，接下來要診斷學生有什麼幫助往這個方向去做思考。還要提供共備老師**一些操作型定義**，這樣操作型定義的脈絡跟意義對學習、對教學到底是什麼。就是其他老師挑戰也沒有關係，我們目標就是針對教案有利於去發展出**學生的哪些思考技能？**影片中只要建成老師提問"同不同意"這四個字的時候，學生的回答就有充滿批判性思考，也覺得學生的回答具有反思跟系統性的思維。學生在每一次的發表當中，感覺到經過自己的系統性思維所表達出來的。學生為了溝通表達這件事情，然後再經過建成老師的引導，他們就會激發出各式各樣的樹狀圖，學生自發性的去用自己的表徵去表達他原來的那個系統思維，因為他們一開始的表徵不是完全就是已經形式化的樹狀圖，那些其實都是在展現他們的創造力。最有趣的地方是學生在學會之後都能夠保持正面的態度去教一些跟不上的孩子，我們覺得這也具有溝通跟反思的意味。他們的互動當中都蠻正面的，大部分學生在操作活動當中，大都能夠維持注意力，然後也能夠能夠看到學生這些自主導向跟堅持不懈的部分。

許多現場老師們對那些三個元素名稱感覺很陌生，所以希望把實際的例子放進 21 世紀技能說明。三個元素的每一個元素是在哪一個地方呈現，需要我們自己去找出來，然後跟現場老師從那個點去解釋，他們比較容易理解，不然的話他們要能夠在短時間理解這個怎麼解釋，怎麼用。這些書面上的解釋都蠻困難的，他們也不太能夠瞭解，如果搭配影片再在說明這些技能，曾經出現在影片的哪一個片段，這樣比較能說服老師們接受。他們對影片好奇的是為什麼我們的學生都能夠表達的這麼自然？他們的學生都呆呆的，質疑我們的學生比較厲害，老師在意的是如何去激發學生的，為什麼能產生那麼多的提問。尤其這一支影片是唯一一支有新舊影片可以比較，這兩個影片新舊上到底差異在哪裡。然後 21 世紀技能在哪邊扮演了什麼角色。老師們也可以深刻的感受到為什麼我們要強調 21 世紀技能？

最後林老師叮嚀帶共備的重點，是針對四個主要的概念去思考一下，兩個模組比較，還有不確定性，然後實驗幾率和理論幾率，還有解題。