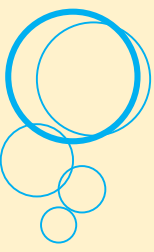


素養導向 命題與評量 設計工作坊

講師群：桃園市國民教育國中數學輔導團

平鎮國中 劉建成、中興國中 李慧玲

山腳國中 謝熹鈺、楊梅國中 張正鏡



壹、前言



How much do you agree with these statements about mathematics?

	Agree a lot	Agree a little	Disagree a little	Disagree a lot
1) I think learning mathematics will help me in my daily life -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2) I need mathematics to learn other school subjects -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3) I need to do well in mathematics to get into the university of my choice -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4) I need to do well in mathematics to get the job I want --	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5) I would like a job that involves using mathematics -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6) It is important to learn about mathematics to get ahead in the world -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7) Learning mathematics will give me more job opportunities when I am an adult -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8) My parents think that it is important that I do well in mathematics -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9) It is important to do well in mathematics -----	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

How much do you agree with these statements about mathematics?

Agree
a lot

Agree
a little

Disagree
a little

Disagree
a lot

1) I think learning mathematics will help me
in my daily life -----

1) 學習數學能幫助我的日常生活

2) I need mathematics to learn other school subjects -----

2) 需要數學來學習其他學科

3) I need to do well in mathematics to get into the
university of my choice -----

3) 需要把數學學好以便進入我所選擇的大學

4) I need to do well in mathematics to get the job I want -----

4) 需要把數學學好以便找到我要的工作

5) I would like a job that involves using mathematics -----

5) 我想要一份與數學有關的工作

6) It is important to learn about mathematics to get
ahead in the world -----

6) 學習數學居於世界之首是重要的

7) Learning mathematics will give me more job
opportunities when I am an adult -----

7) 學好數學會讓我成人時找工作有更多機會

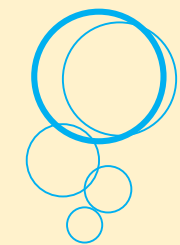
8) My parents think that it is important that I do
well in mathematics -----

8) 我爸媽認為把數學學好是重要的

9) It is important to do well in mathematics -----

9) 數學表現好是重要的

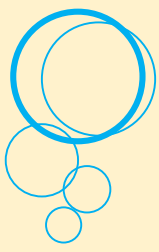
國民小學及國民中學學生 成績評量準則



- 第五條

國民中小學學生成績評量，
應依第三條規定，
並視學生身心發展、個別差異、文化差異及
核心素養內涵，
採取下列適當之多元評量方式：

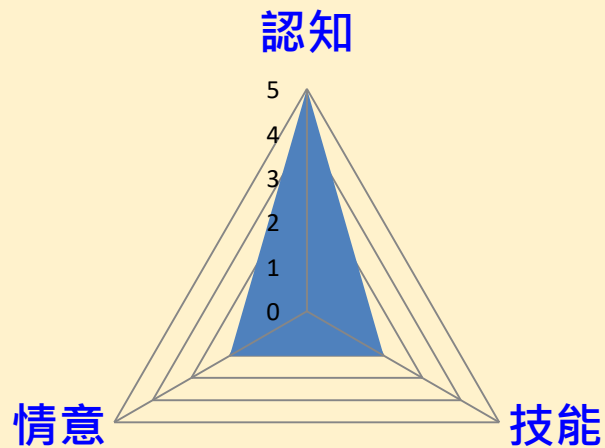




多元評量類型

紙筆測驗及表單

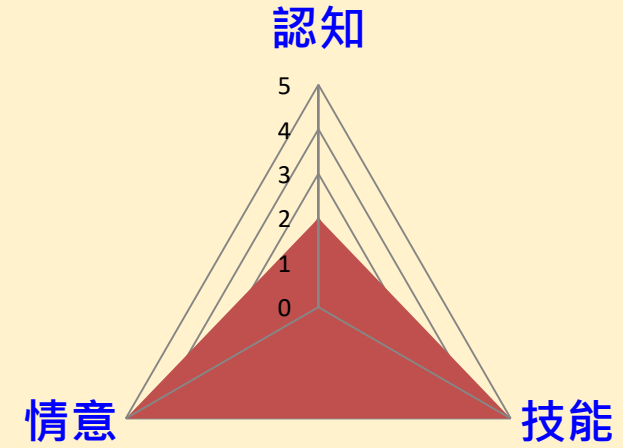
最小化



依據教學
目標使用
評量類型

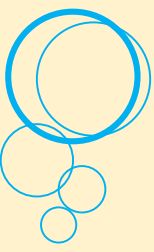
實作評量

最小化



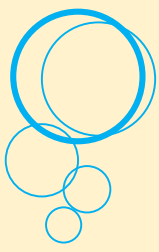
檔案評量

目的導向系統性彙整之表單、測驗、表現評量與其他資料
及相關紀錄，製成檔案，展現其學習歷程及成果。

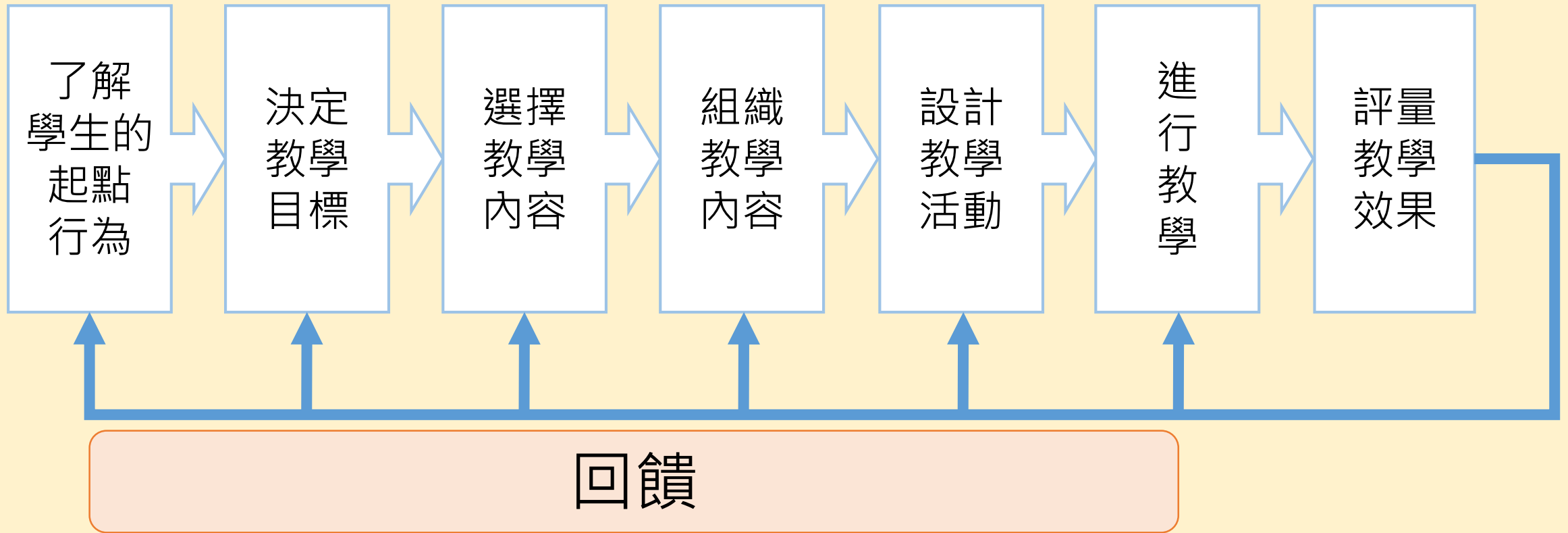


素養導向教學與評量的四大原則



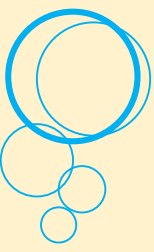


教學與評量



學生學得不好！

問題？



貳、國際評量

8年級數學範例試題

範例一

ID : ME72017

數學主題：數

認知領域：推理

在下列方格中：

- 每一橫列的三格數字相加為 1。
- 每一直行的三格數字相加為 1，且
- 兩條對角線的數字相加為 1。

$\frac{8}{15}$		$\frac{2}{5}$
$\frac{1}{5}$	x	

x 的值是多少？

$x =$

排名	國家	答對率
1	臺灣	53 (2.0)
2	韓國	52 (2.3)
3	日本	47 (2.1)
4	新加坡	46 (2.1)
5	巴林	30 (1.6)
6	賽普勒斯	28 (2.3)
7	俄羅斯	26 (2.5)
8	香港	24 (2.8)
9	愛爾蘭	23 (2.1)
10	匈牙利	22 (1.9)
	國際平均	18 (0.3)

8年級數學範例試題



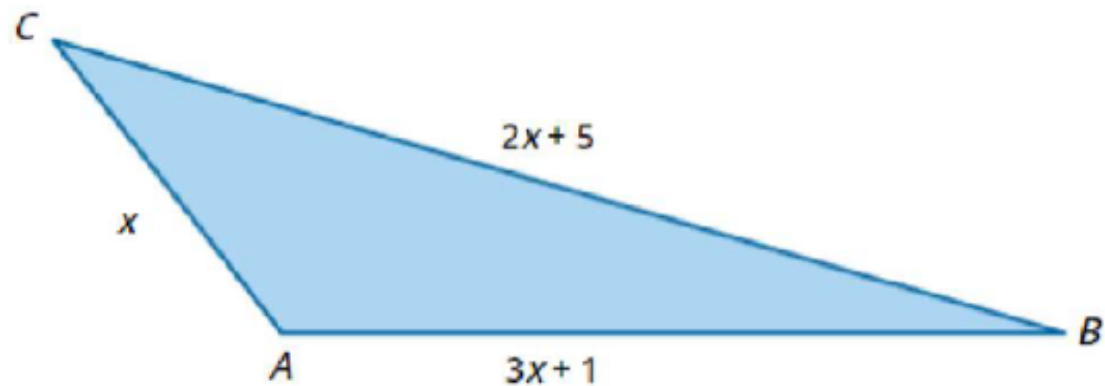
範例二

ID : ME72098

數學主題：代數

認知領域：應用

三角形 ABC 的周長為 21公分。



x 的值是多少？

$x =$

排名	國家	答對率
1	新加坡	74 (2.1)
2	臺灣	66 (1.8)
3	香港	61 (2.4)
4	韓國	59 (2.8)
5	以色列	46 (2.7)
6	日本	42 (2.1)
7	賽普勒斯	41 (2.3)
8	俄羅斯	40 (3.0)
9	羅馬尼亞	36 (2.8)
10	立陶宛	34 (2.4)
	國際平均	26 (0.3)

8年級數學範例試題

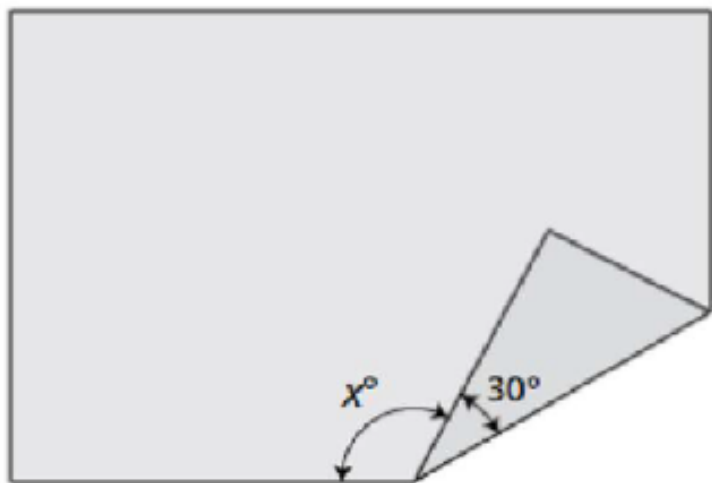


範例三

ID : M062173

數學主題：幾何

認知領域：推理

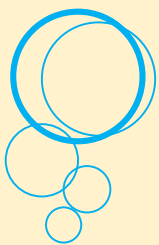


將一張長方形紙片的一角折起來，如上圖所示，請問 x 的值是多少？

答：

排名	國家	答對率
1	日本	77 (1.7)
1	韓國	77 (1.8)
3	新加坡	76 (1.9)
4	臺灣	64 (2.1)
5	香港	56 (2.7)
6	俄羅斯	34 (2.4)
7	匈牙利	32 (2.1)
7	哈薩克	32 (2.6)
9	羅馬尼亞	29 (2.5)
10	立陶宛	28 (2.1)
10	挪威(九年級)	28 (2.3)
10	澳大利亞	28 (1.6)
	國際平均	26 (0.3)

8年級數學範例試題



範例四

ID : M062123

數學主題：數據與機率

認知領域：應用

一組 400公尺接力的隊伍有 4位選手。他們分別花了 12秒、13秒、11秒與 13秒完成他們各自的賽程。

在下一輪比賽時，有兩位選手跑步的時間各減少了 2秒，而另外兩位則維持原來的時間。請問該隊平均跑步時間減少了幾秒？

- A 0秒
- B 1秒
- C 2秒
- D 4秒

排名	國家	答對率
1	韓國	71 (1.9)
2	日本	70 (1.9)
3	臺灣	69 (1.8)
4	新加坡	66 (2.1)
5	香港	64 (2.4)
6	挪威(九年級)	52 (2.6)
7	以色列	47 (2.3)
7	芬蘭	47 (2.0)
7	瑞典	47 (2.4)
10	立陶宛	46 (2.7)
	國際平均	36 (0.3)

8年級數學範例試題

範例五

ID : M052079

數學主題：數

認知領域：應用

現有一條長為45公分的繩子，將其剪成長度比為4：5的兩段。
請問較短的那段繩子的長度為多少公分？

A 5

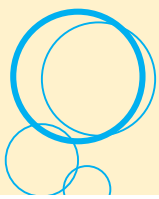
B 20

C 25

D 36

排名	國家	答對率
1	新加坡	87 (1.4)
2	日本	82 (1.6)
3	韓國	81 (1.9)
4	臺灣	80 (1.7)
5	香港	72 (2.1)
6	以色列	70 (2.0)
7	愛爾蘭	68 (2.3)
8	英格蘭	67 (2.4)
8	澳大利亞	67 (2.0)
10	匈牙利	66 (2.1)
	國際平均	54 (0.3)

8年級數學範例試題



範例六

ID : ME72056

數學主題：代數

認知領域：應用

車子從煞車到停止之間的距離為 d 公尺， d 的值取決於煞車時車子的速度，此時速度為每秒行駛 v 公尺。計算此停止距離的公式為：

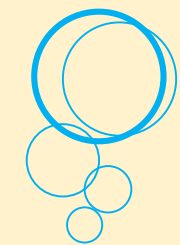
$$d = \frac{2v + v^2}{20}$$

當 $v = 20$ 時，停止距離為何？

$d =$ 公尺

排名	國家	答對率
1	新加坡	73 (2.1)
2	臺灣	66 (2.0)
2	香港	66 (2.3)
4	俄羅斯	60 (2.6)
5	韓國	55 (2.3)
6	愛爾蘭	48 (2.4)
6	立陶宛	48 (2.4)
8	哈薩克	47 (2.7)
9	以色列	46 (2.4)
10	日本	44 (1.9)
	國際平均	35 (0.3)

8年級數學範例試題



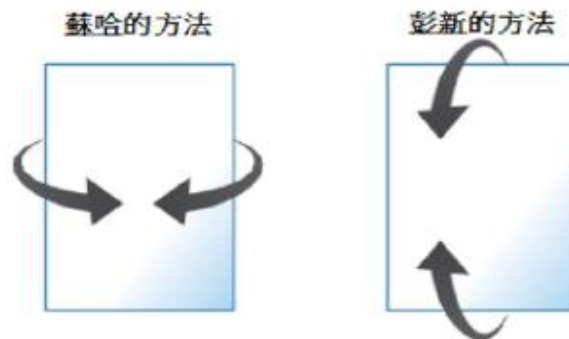
範例七

ID : ME72180

數學主題：幾何

認知領域：推理

蘇哈與彭新有一樣的長方形紙張，他們用不同的方法將紙捲起來，讓對邊相連，使紙變成圓柱，如下圖所示：



請比較這兩個圓柱的性質。
請使用下拉式選單。

高

蘇哈的圓柱

彭新的圓柱

直徑

蘇哈的圓柱

彭新的圓柱

表面積 (含圓柱的上下底)

蘇哈的圓柱

彭新的圓柱

排名	國家	答對率
1	日本	79 (1.7)
2	新加坡	70 (1.7)
3	香港	66 (2.5)
4	韓國	64 (2.5)
5	義大利	59 (2.7)
6	立陶宛	58 (2.6)
7	匈牙利	57 (2.4)
8	臺灣	53 (2.2)
9	俄羅斯	52 (2.5)
10	美國	51 (2.3)
	國際平均	41 (0.3)

8年級數學範例試題

範例八

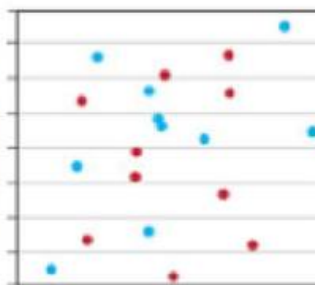
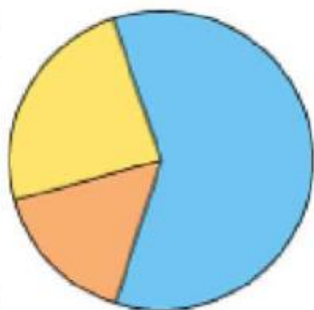
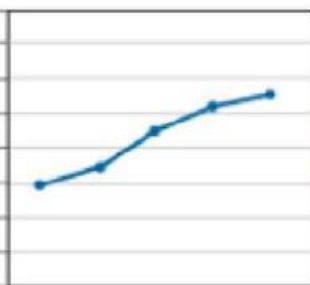
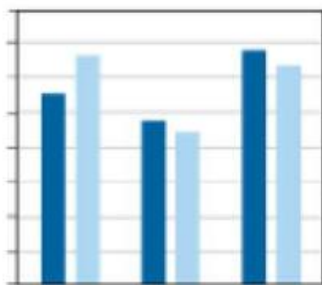
ID : ME72170

數學主題：數據與機率

認知領域：應用

小李想要製作三個圖表來顯示他所住城鎮的資訊，圖表的標題顯示在下面的表格。

每個標題最適合哪一種類型的圖表？



城鎮中勞工的工作類型	每年男孩和女孩的出生人數	歷年的城鎮人口數

排名	國家	答對率
1	日本	83 (1.2)
2	新加坡	76 (1.8)
3	臺灣	68 (1.8)
4	韓國	67 (2.2)
5	愛爾蘭	64 (2.2)
5	澳大利亞	64 (2.1)
7	葡萄牙	63 (2.8)
8	英格蘭	61 (2.7)
8	香港	61 (2.5)
10	匈牙利	58 (2.6)
10	立陶宛	58 (2.2)
10	挪威(九年級)	58 (2.8)
10	土耳其	58 (1.9)
	國際平均	47 (0.3)

8年級數學範例試題

範例九

ID : M062133

數學主題：數據與機率

認知領域：應用

一個袋中裝有白色和黑色彈珠共24顆。

現隨機從袋中抽取一顆彈珠，記錄它的顏色並放回袋中，這樣的動作重複 120次，而白色彈珠出現 70次。

請問袋中可能有多少顆白色彈珠？

A 7

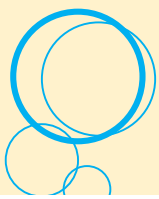
B 10

C 12

D 14

排名	國家	答對率
1	韓國	70 (2.0)
2	新加坡	69 (1.9)
3	日本	65 (1.8)
4	臺灣	63 (2.1)
5	愛爾蘭	57 (2.4)
6	澳大利亞	56 (2.0)
7	土耳其	55 (2.2)
8	巴林	52 (2.1)
8	美國	52 (2.2)
10	英格蘭	50 (2.2)
	國際平均	43 (0.4)

8年級數學範例試題



範例十

ID : M062150

數學主題：數

認知領域：認識

在某個星期四，甲市的最低氣溫是 6°C ，乙市最低氣溫是 -3°C 。
請問這兩個城市的最低氣溫相差多少？

答： $^{\circ}\text{C}$

排名	國家	答對率
1	芬蘭	85 (1.5)
2	挪威(九年級)	82 (2.0)
2	臺灣	82 (1.5)
2	英格蘭	82 (1.6)
5	日本	81 (1.6)
6	新加坡	80 (2.0)
6	愛爾蘭	80 (1.7)
6	香港	80 (2.0)
6	瑞典	80 (2.1)
6	韓國	80 (1.9)
	國際平均	59 (0.3)

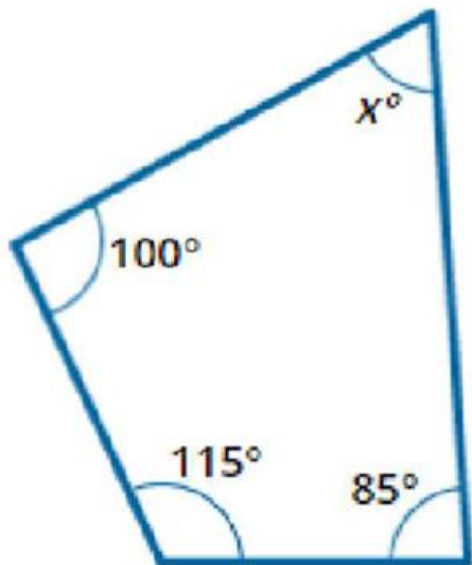
8年級數學範例試題

範例十一

ID : ME72121

數學主題：幾何

認知領域：應用



x 的值是多少？

$x =$

排名	國家	答對率
1	新加坡	90 (1.0)
2	日本	89 (1.1)
3	韓國	86 (2.0)
4	臺灣	83 (1.5)
5	香港	81 (2.2)
6	愛爾蘭	78 (1.9)
7	匈牙利	71 (3.0)
8	英格蘭	70 (2.5)
9	立陶宛	69 (2.2)
10	俄羅斯	65 (2.8)
	國際平均	56 (0.4)

8年級數學範例試題



範例十二

ID : M052502

數學主題 : 數據與機率

認知領域 : 應用

短襪拍賣!

廣告

拍賣
Q 商店
6 雙短襪
24.30 Zed 元

拍賣
R 商店
2 雙短襪
8.40 Zed 元

拍賣
S 商店
4 雙短襪
16.40 Zed 元

拍賣
T 商店
3 雙短襪
12 Zed 元

陳小姐看到這些短襪廣告，想要用每雙最低的價錢買短襪。請完成下表，給陳小姐看在每家商店買每雙短襪的價錢。我們已經幫你寫出 Q 商店的價錢。

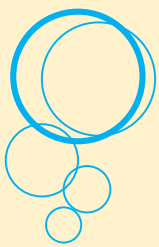
商店	每雙的價錢
Q	4.05 Zed 元
R	<input type="text"/> Zed 元
S	<input type="text"/> Zed 元
T	<input type="text"/> Zed 元

請問陳小姐應在哪一家商店購買，才能買到每雙是最低價錢的短襪？

商店：

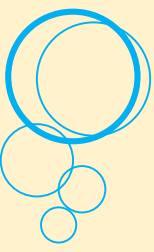
排名	國家	答對率
1	新加坡	83 (1.3)
2	臺灣	81 (1.4)
2	日本	81 (1.5)
4	韓國	80 (2.0)
5	愛爾蘭	77 (2.5)
6	香港	74 (2.7)
7	立陶宛	70 (2.5)
8	澳大利亞	69 (1.8)
9	俄羅斯	66 (2.7)
9	賽普勒斯	66 (2.5)
9	哈薩克	66 (2.7)
	國際平均	56 (0.4)

8年級數學範例試題



範例十四

ID : M042015	排名	國家	答對率
數學主題：數			
認知領域：認識			
3^3 的值為多少？	1	韓國	95 (0.8)
(A) 6	2	斯洛維尼亞	93 (1.2)
(B) 9	3	新加坡	90 (1.1)
(C) 27	4	香港	89 (1.3)
(D) 33	5	義大利	87 (1.6)
	5	美國	87 (1.0)
	7	臺灣	86 (1.3)
	7	日本	86 (1.3)
	9	俄羅斯	84 (2.2)
	10	黎巴嫩	81 (1.9)
		國際平均	70 (0.3)



素養評量的國際趨勢

能力

- 評量學生由學習內容所延伸出來的知識概念，判斷、應用與生活問題解決的能力。

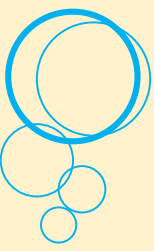
態度

- 重視知識應用的社會脈絡、價值觀與態度。

數位化

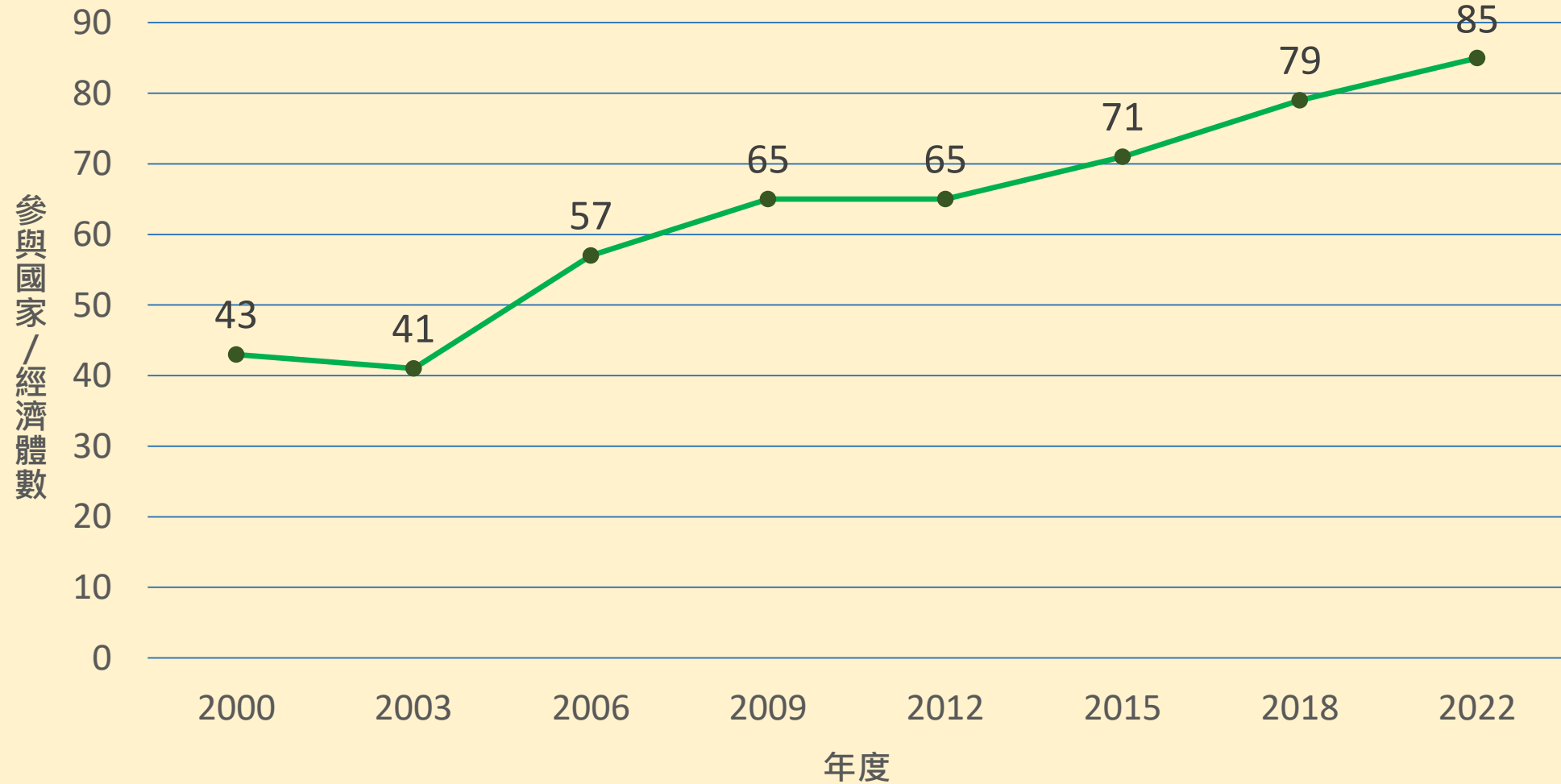
- 評量數位化，問題情境更加真實且新穎。

國際學生能力評量計畫 (PISA)

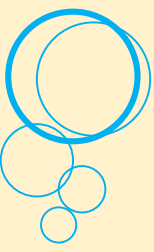


- 「國際學生能力評量計畫」 (Programme for International Student Assessment , 簡稱PISA) 是由經濟合作暨發展組織 (OECD) 所主辦的國際性教育調查研究 , 重視學生是否習得生活所需的知識和技能 , 藉由貼近真實生活的測驗情境 , 評量學生應用習得知能的能力 , 為全球知名的素養評量。
- 對象 : 15歲學生
- 目的 : 協助參與國在各自社會脈絡中改善教育系統
 - 重視學生面對快速變動社會的能力 , 即所謂真實生活的素養
 - 關注處於社經地位弱勢學生的受教情形

PISA 評量規模



每個國家正式施測的學生人數約在 4,500-10,000 之間



PISA主測驗領域

閱 讀

- 文本訊息的擷取、發展解釋、省思與評鑑 文本內容、形式與特色。

數 學

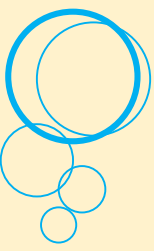
- 數量、不確定性與資料、變化與關係、空間與形狀。

科 學

- 解讀科學數據及舉證科學證據、評量及設計科學探究、解釋科學現象。

每次調查會以其中一領域為主，另兩領域為輔。

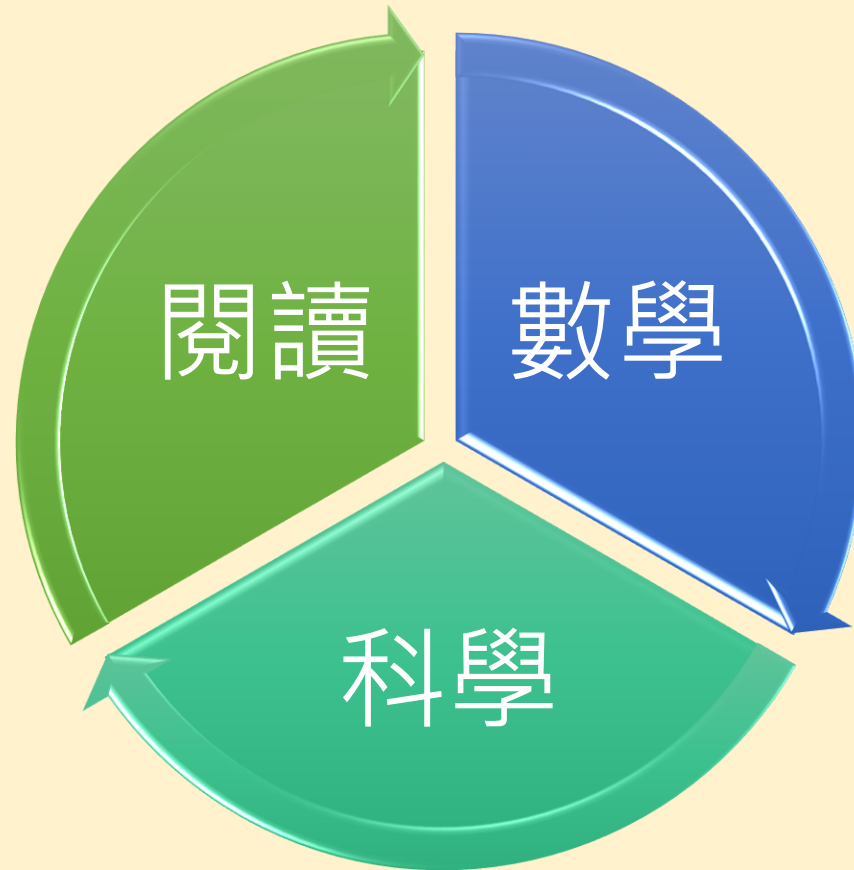
歷年PISA主要學科測驗領域



2000
2009
2018

全球素養

審視區域性、全球性及跨文化議題、理解並欣賞他人的觀點與世界觀、為集體福祉與永續發展而行動、採用開放、適當且有效的方式與不同文化的人們進行互動。



2003
2012
2022

創意思考：

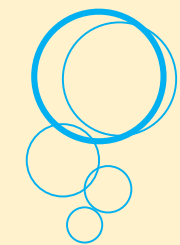
有效率地從事於構想的產出、評估及改進的能力，其能產生具原創且有效的解決方案，提升知識和具影響性的想像力展現。

2006
2015

合作解決問題能力

建立與維持共識、採取適當行動來解決問題、建立與維持團體運作

PISA附加領域



合作解決問題能力 (2015)

- 建立與維持共識、採取適當行動來解決問題、建立與維持團體運作。

全球素養 (2018)

- 審視區域性、全球性及跨文化議題、理解並欣賞他人的觀點與世界觀、為集體福祉與永續發展而行動、採用開放、適當且有效的方式與不同文化的人們進行互動。

創意思考 (2022)

- 有效率地從事於構想的產出、評估及改進的能力，其能產生具原創且有效的解決方案，提升知識和具影響性的想像力展現。

寫作表達

任務 2/3

根據右邊的圖片來回答問題。

現在你將練習這個遊戲，試著按照右邊六個圖像它們出現的順序加以連結起來，撰寫成一個具有創意的故事。

如果你的故事具有獨創性、充滿豐富的想像力以及完整的故事結構，將獲得較高的分數。

我們建議你在 5 分鐘內作答完畢本題，並且使用不超過 80 個字。

將你的故事寫在這裡

骰子與故事

科學問題解決

任務 2/3

你的一位朋友建議，由於未來的高科技自行車可能相當昂貴，因此應做好防盜保護。他提出利用夾子將帶有臉部識別功能軟體的相機安裝到車子的手把上。當其他人要騎這台自行車時，相機將傳送警告通知到車主的手機上。

提出改良的建議，讓你朋友用來減少自行車失竊的構想能夠更為有效。你的描述應具體明確。

在下面的空白處描述你的改良方法。

改良方法

文字

未來的自行車

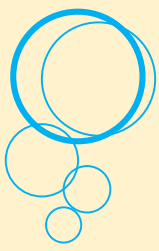
你的朋友減少自行車失竊的構想

附帶有臉部識別功能
軟體的相機



將相機固定到自行車
手把的固定夾

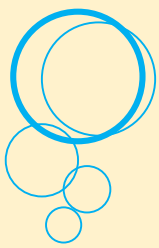




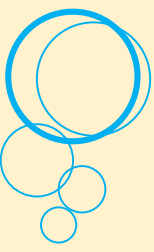
歷次PISA數學調查結果

	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA2012	PISA2015	PISA2018
數學 排名 暨 平均 分數	1. 香港(550)	1. 臺灣(549)	1. 上海(600)	1. 上海(613)	1.新加坡(564)	1.中國四地(B-S-J-Z) (591)
	2. 芬蘭(544)	2. 芬蘭(548)	2. 新加坡(562)	2. 新加坡(573)	2.香港(548)	2.新加坡 (569)
	3. 韓國(542)	3. 香港(547)	3. 香港(555)	3. 香港(561)	3.澳門(544)	3.澳門 (558)
	4. (538)	3. 韓國(547)	4. 韓國(546)	4. 臺灣(560)	4. 臺灣(542)	4.香港 (551)
	5. 列支敦士登 (536)	5. 荷蘭(531)	5. 臺灣(543)	5. 韓國(554)	5.日本(532)	5.臺灣 (531)
	6. 日本(534)	6. 瑞士(530)	6. 芬蘭(541)	6.澳門(538)	6. B-S-J-G (China) (531)	6.日本 (527)
	7. 加拿大(533)	7. 加拿大(527)	7. 列支敦士登 (536)	7. 日本(536)	7.韓國(524)	7.韓國 (526)
	8. 比利時(529)	8. 澳門(525)	8. 瑞士(534)	8.列支敦士登(535)	8.瑞士(521)	8.愛沙尼亞 (523)
	9. 澳門(527)	9. 列支敦士 登(525)	9. 日本(529)	9. 瑞士(531)	9. 愛沙尼亞(520)	9.荷蘭 (519)
	10. 瑞士(527)	10. 日本(523)	10. 加拿大(527)	10.荷蘭(519)	10.加拿大(516)	10.波蘭 (516)

臺灣參與PISA的效益



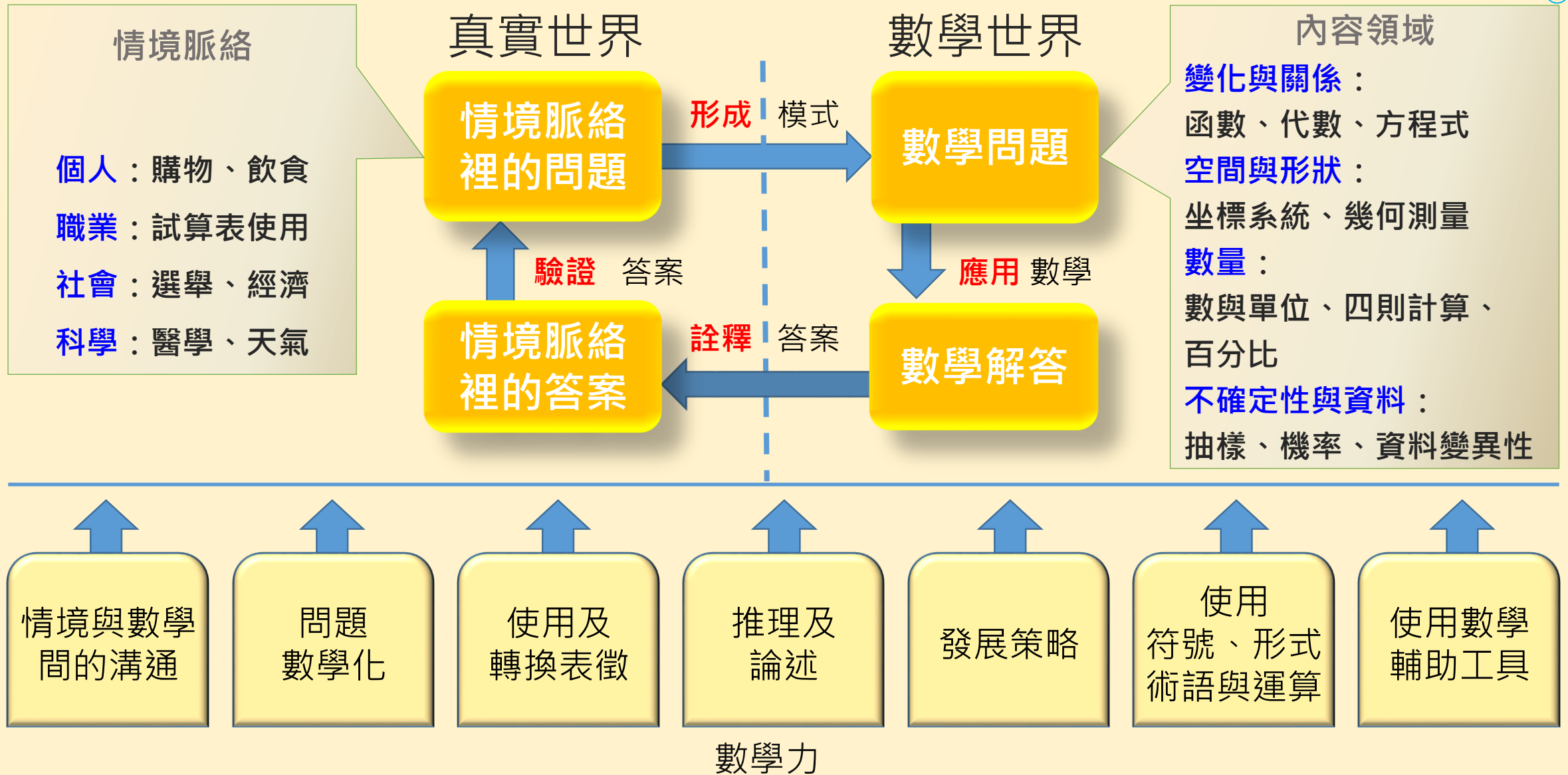
- 提供學生表現和學習環境的跨國比較。
- 了解臺灣學生在離開學校時的學習準備程度。
- 提供學校、教育系統和政府機構確認需長期投入改善的領域。
- 學校與學生方面：
 - 提供老師和學生對PISA素養取向評量設計的認識。
 - 瞭解與學生學習成果有關的學校與教師變項以及家庭資源變項的關係。

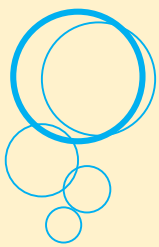


數學素養的定義(PISA)

個體在各種真實世界的情境脈絡中，
進行數學推理，
並透過形成、應用、詮釋數學以解決問題的能力，
包含運用數學概念、程序、事實與工具，
來描述、解釋和預測現象。
透過數學素養，
個體能瞭解數學在世界中所扮演的角色，
並促使個體作出有根據的判斷與決策
此乃成為具建設性、投入性與反思力的
21世紀公民所需。(OECD, 2018a)。

數學素養的展現 (PISA)



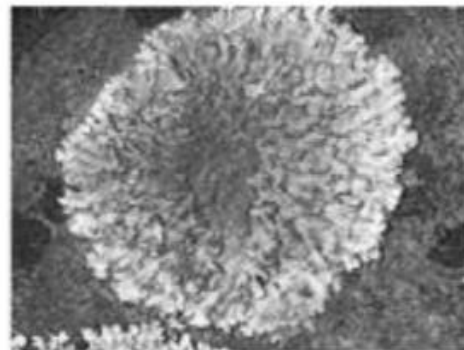


全球性暖化會造成一部分冰川融化的結果。約在冰川消失的十二年後，微小的植物——地衣，會開始在岩石間生長。地衣生長的形式有如圓圈一般：

圓圈的直徑與地衣的年齡之間關係約可用下列的公式來表示：

$$d = 7.0 \times \sqrt{t - 12}, \quad t \geq 12,$$

這裡的圓圈直徑 d 是以公釐為單位，而 t 表示冰後的年數。

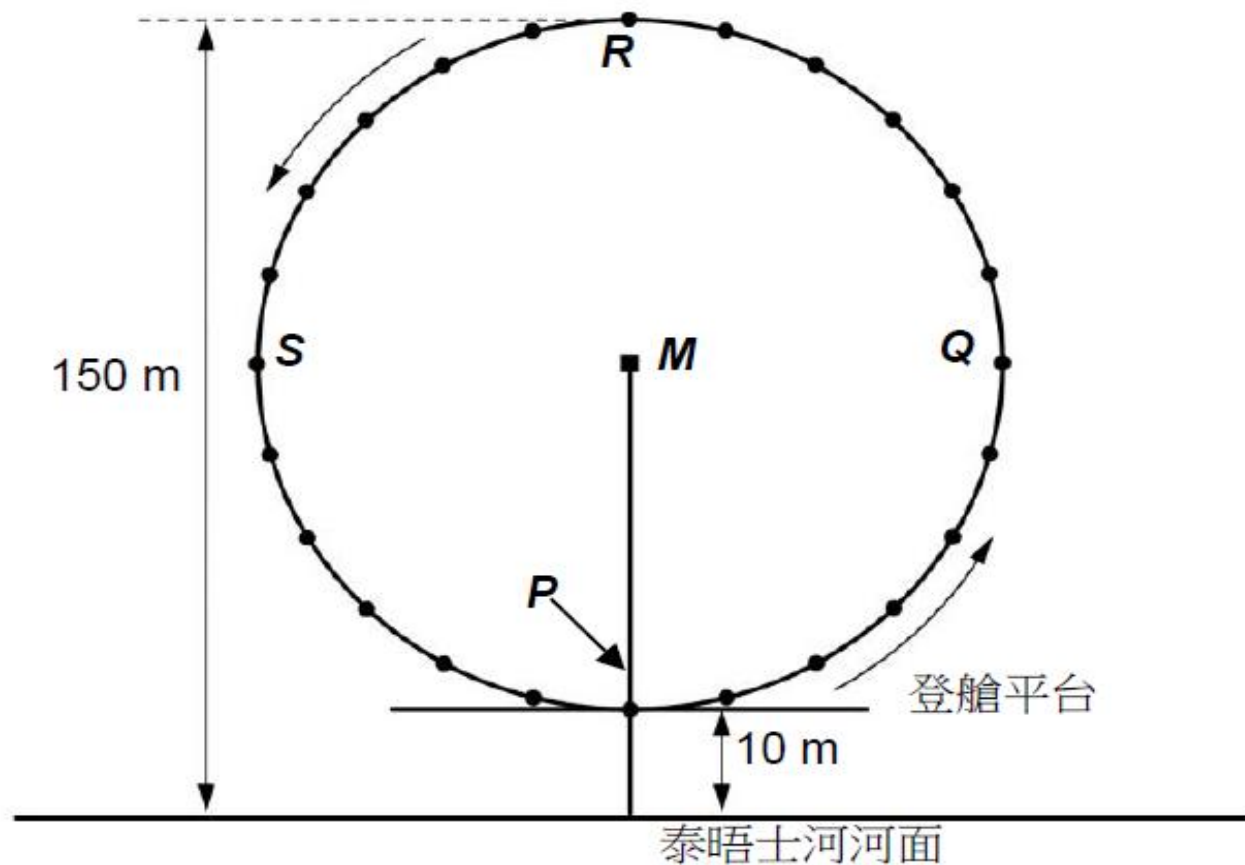


- (1) 利用公式，算出冰川消失後 16 年的地衣直徑，並寫出你的計算方法。
- (2) 安安測量出某地區地衣的直徑為 35 公釐。請問在這地區的冰川是多少年前消失？並寫出你的計算方法。

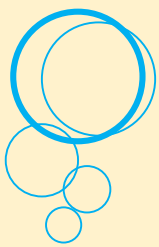
數學內容	情境脈絡	解題步驟	數學力
<input checked="" type="checkbox"/> 變化和關係	<input type="checkbox"/> 學生個人生活的	<input checked="" type="checkbox"/> 將情境問題轉化成數學問題	<input checked="" type="checkbox"/> 情境與數學間的溝通
<input type="checkbox"/> 空間與圖形	<input type="checkbox"/> 教育/職業		<input type="checkbox"/> 問題數學化
<input type="checkbox"/> 數與量	<input type="checkbox"/> 社會（公民）	<input checked="" type="checkbox"/> 使用數學概念、事實、步驟、和推理	<input type="checkbox"/> 使用及轉換表徵
<input type="checkbox"/> 不確定性	<input checked="" type="checkbox"/> 科學性的	<input checked="" type="checkbox"/> 詮釋、應用及評鑑數學結果	<input type="checkbox"/> 推理和論述
			<input type="checkbox"/> 發展策略
			<input checked="" type="checkbox"/> 使用符號、形式及術語與運算
			<input type="checkbox"/> 使用數學輔助工具

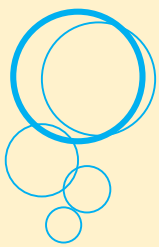
倫敦眼

在倫敦泰晤士河畔有一個巨大的摩天輪，名為倫敦眼 (*London Eye*)。請看下面的照片和簡圖。



摩天輪的外部直徑為 140 公尺，從最高點到泰晤士河河面的距離是 150 公尺。它的轉動方向如上圖箭頭所示。





問題 1：倫敦眼

圖中 M 點為摩天輪的中心。

M 點比泰晤士河河面高出多少公尺 (m) ?

答案：m

倫敦眼--問題 1 計分

題旨：

題目描述：根據二維圖形的資訊計算長度

內容領域：空間與形狀

情境脈絡：社會的

數學歷程：應用

問題 2：倫敦眼

摩天輪以固定的速度轉動，轉一圈恰好是 40 分鐘。

約翰從登艙點 P 點進入摩天輪。

半小時後約翰會在哪個位置？

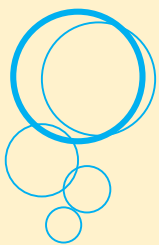
- A 在點 R 處
- B 在點 R 和點 S 之間
- C 在點 S 處
- D 在點 S 和點 P 之間

題目描述：依據旋轉情況和給定時間估計位置

內容領域：空間與形狀

情境脈絡：社會的

數學歷程：形成



問題 1：攀登富士山

富士山只在每年的 7 月 1 日至 8 月 27 日對外開放，這期間大約有 200 000 人來攀登富士山。

平均每天有多少人來攀登富士山？

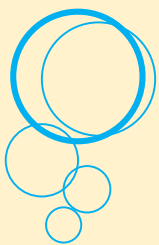
- A 340
- B 710
- C 3400
- D 7100
- E 7400

題目描述：依據已知的總數和特定時段（提供了日期），識別日平均率。

內容領域：數量

情境脈絡：社會的

數學歷程：形成



問題 2：攀登富士山

從禦殿場到富士山的登山步道長約 9 公里(km)。

遊客必須在晚上八點前完成來回 18 km 的路程。

山本估計自己可以以平均每小時 1.5 km 的速度登山，並以兩倍的速度下山。此速度的估算包含用餐和休息所花費的時間。

按照山本估計的速度，他最遲要在何時出發才能在晚上八點前回來？

題目描述：給定二種不同的速度、旅程總距離以及到達的時間，計算旅程的開始時間

內容領域：改變與關係

情境脈絡：社會的

數學歷程：形成

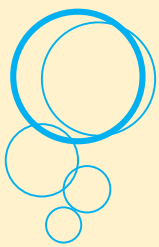


問題 3： 攀登富士山

山本帶著一個計步器去記錄在禦殿場登山步道所走的步數。

他的計步器顯示他在上山時走了 22 500 步。

山本在禦殿場登山步道共走了 9 km，以公分 (cm) 為單位估算他步伐的平均長度。



上圖為一個男生步行的腳印。步長 P 表示兩個連續腳步腳跟之間的距離。下列公式表示男生步行時 n 與 P 之間的大略關係：

$$\frac{n}{P} = 140$$

n ：每分鐘的步數
 P ：步長（公尺）

問題 1：步行 答對率：36%

M124Q01-0129

如果此公式適用於海翔的步行，若他每分鐘步行 70 步，則他的步長為何？請寫出你的作法。

問題 3：步行 答對率：20%

若此公式適用於建德的步行，而且建德知道他的步長為 0.8 公尺。請以每分鐘多少公尺以及每小時多少公里來計算出建德的步行的速度。請寫出你的作法。

M154：披薩

披薩店供應兩種厚度相同但大小不同的圓形披薩。小披薩的直徑是 30 公分，售價為 30 元。大披薩的直徑是 40 公分，售價為 40 元。

問題 1：披薩

M154Q01-01289

那個披薩比較划算？寫出你的理由。

披薩 問題 1 計分

題旨：運用面積概念解決價錢比較問題

答對率：11%

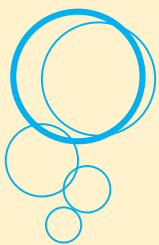
代號 2：提出一個常見的理由，如披薩表面積增加幅度高於價錢增加的幅度，推論出大披薩較划算。

- 披薩直徑和它的價錢數目一樣，但你拿到的披薩大小是以直徑來計算，所以你買大披薩時每元將能拿到較多的披薩。

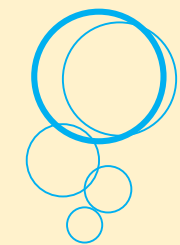
代號 1：計算兩個披薩每元能買到的面積大小，推論出大披薩比較划算。

- 小披薩的面積是 $0.25 \times \pi \times 30 \times 30 = 225\pi$ ，每元能買到的大小是 23.6 平方公分；大披薩的面積是 $0.25 \times \pi \times 40 \times 40 = 400\pi$ ，每元能買到的大小是 31.4 平方公分；所以大披薩比較划算。

代號 8：它們都一樣划算。（此錯誤答案要另外編碼，因為我們想要追蹤有多少學生有此迷思概念。）

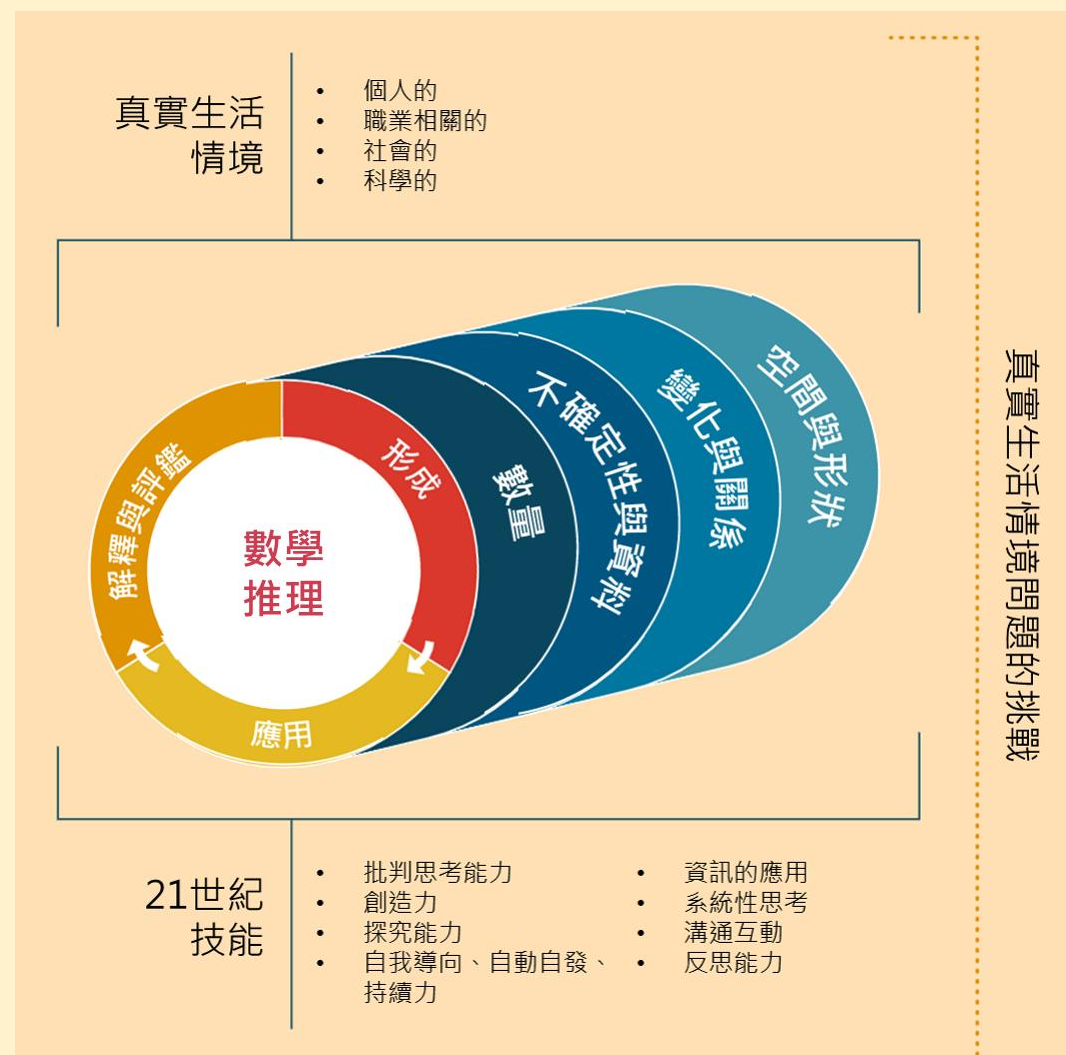


PISA 2022 數學素養的特色

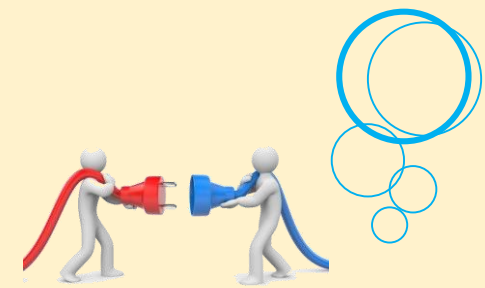


- 數學素養是PISA 2022的主測科目，不僅側重於使用數學來**解決現實問題**，而且還將**數學推理**確定為數學素養的核心地位。在數學內容方面，除了原有的數量、不確定性與資料、變化與關係、空間與形狀外，特別強調**電腦模擬**、**有條件的決策**、**增長現象**、**幾何逼近**。

- PISA 2022在架構中也納入了21世紀應具備的技能。



21世紀的技能 (21st Century Skill)



批判性思考

察覺矛盾
說理反駁
判斷有效性

創造力

流暢性
變通性
獨創性

研究和探究

提想法
做試驗
下結論

自主堅持

自主導向
自動自發
堅持不懈

資訊的使用

模擬操作
探究實驗
反思溝通

系統性思考

找元素
找關係
建系統

溝通

釐清想法
調適想法
統整想法

反思

事件描述
詮釋了解
批判評鑑

數學素養範例試題1：使用智慧型手機(2)

PISA 2022

PISA 2021

使用智慧型手機

問題1/3

根據右邊「使用智慧型手機」的資訊，點選一個選項來回答問題。

B欄和C欄應執行何種運算，才能正確得到D欄的值？

對每一個國家

- 將B欄的值除以C欄的值；
 B/C
- 將B欄與C欄的值之和除以C欄的值：
 $(B+C)/C$
- 將C欄的值除以B欄的值：
 C/B
- 將B欄的值除以B欄與C欄的值之和：
 $B/(B+C)$

使用智慧型手機

試算表中顯示的是部分亞洲國家的人口數（單位：百萬人），及其使用智慧型手機的人數（單位：百萬人）。這些數據是按國家的英文名稱順序排列。

A欄	B欄	C欄	D欄
國家	人口數 (百萬人)	使用智慧型手機的人數 (百萬人)	使用智慧型手機的人數 比例
孟加拉	166.735	8.921	
印尼	266.357	67.57	
日本	125.738	65.282	
馬來西亞	31.571	20.98	
巴基斯坦	200.663	23.228	
菲律賓	105.341	28.627	
泰國	68.416	30.486	
土耳其	81.086	44.771	
越南	96.357	29.043	

註：取自PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (OECD, 2018a)，由臺灣PISA國家研究中心編修而成。

數學素養範例試題1：使用智慧型手機(3)

PISA 2022

PISA 2021

使用智慧型手機

問題2/3

你可以點選每一欄最上方的分類按鈕來排序數據，數據將會以遞增順序排列。

使用分類按鈕來幫助你評估每一個敘述。

針對以下每個敘述，點選**正確**或**錯誤**。

敘述	正確	錯誤
人口數最多的國家使用智慧型手機的人數也最多。	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
使用智慧型手機的人數最少之國家人口數也最少。	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
使用智慧型手機的人數比例最高之國家擁有最少的人口數。	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
使用智慧型手機的人數比例居中之國家也是使用手機的人數居中之國家。	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

使用智慧型手機

使用智慧型手機的人數比例資料已匯入試算表的D欄中（以百分比方式呈現。）

A欄 ↓	B欄 ↓	C欄 ↓	D欄 ↓
國家	人口數 (百萬人)	使用智慧型手機的人數 (百萬人)	使用智慧型手機的人數 比例
孟加拉	166.735	8.921	5%
印尼	266.357	67.57	25%
日本	125.738	65.282	52%
馬來西亞	31.571	20.98	66%
巴基斯坦	200.663	23.228	12%
菲律賓	105.341	28.627	27%
泰國	68.416	30.486	45%
土耳其	81.086	44.771	55%
越南	96.357	29.043	30%

註：取自PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (OECD, 2018a)，由臺灣PISA國家研究中心編修而成。

數學素養範例試題1：使用智慧型手機 (4)

PISA 2022

PISA 2021

使用智慧型手機

問題3/3

你可以透過點選相對應的標籤，將橫軸的變數轉換為各國家的人口數（單位：百萬人）或是最低時薪（單位：西德蘭元）。

透過點選相對應的標籤來觀察不同的圖形並回答問題。

當下列哪一個變數（人口數或最低時薪）增加時，該國使用智慧型手機的人數比例也隨之增加？

人口數

最低時薪（西德蘭元）

解釋你的理由

使用智慧型手機

下圖顯示依據各國人口數（百萬人）和最低時薪（元）所對應之使用智慧型手機的人數比例。

人口數 時薪

國家	人口數 (百萬人)	使用智慧型手機的人數 (%)
馬來西亞	~10	~55
土耳其	~15	~55
泰國	~70	~45
日本	~130	~52
越南	~100	~30
菲律賓	~100	~25
孟加拉	~170	~5
巴基斯坦	~200	~12
印尼	~270	~25

註：取自PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (OECD, 2018a)，由臺灣PISA國家研究中心編修而成。

數學素養範例試題1：使用智慧型手機 (5)

PISA 2022

PISA 2021

使用智慧型手機 問題3/3

你可以透過點選相對應的標籤，將橫軸的變數轉換為各國家的人口數（單位：百萬人）或是最低時薪（單位：西德蘭元）。

透過點選相對應的標籤來觀察不同的圖形並回答問題。

當下列哪一個變數（人口數或最低時薪）增加時，該國使用智慧型手機的人數比例也隨之增加？

人口數

最低時薪（西德蘭元）

解釋你的理由

使用智慧型手機

下圖顯示依據各國人口數（百萬人）和最低時薪（元）所對應之使用智慧型手機的人數比例。

人口數 時薪

國家	最低時薪 (西德蘭元)	使用智慧型手機的人數 (%)
孟加拉	0.5	5
菲律賓	1.5	28
越南	1.8	25
印尼	2.0	25
巴基斯坦	2.5	12
馬來西亞	2.5	38
泰國	3.0	45
日本	7.0	52
土耳其	6.5	55

註：取自PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (OECD, 2018a)，由臺灣PISA國家研究中心編修而成。

數學素養範例試題2：存款模擬 (3)

PISA 2022

PISA 2021

存款模擬 簡介

模擬器的使用包含2個步驟：

1. 選擇要模擬的項目。
2. 輸入相關變數的值。

此模擬器最多能儲存5次模擬結果。

試著操作模擬器，然後點選下一個按鈕。

存款模擬

步驟1：選擇你想要模擬的項目：

步驟2：利用滑桿輸入相關變數的值（紅色標記部分）

存款期長： 48 (月)

每月存款： 40 (西德蘭元)

年利率： 10 (%/年)

本利和： 2350 (西德蘭元)

模擬編號 #	存款期長 (月)	每月存款 (西德蘭元)	年利率 (%)	本利和 (西德蘭元)
1	12	40	6	495
2	48	40	6	2165
3	12	40	10	505
4	48	40	10	2350
5				

註：取自PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (OECD, 2018a)，由臺灣PISA國家研究中心編修而成。

數學素養範例試題2：存款模擬 (6)

PISA 2022

PISA 2021

存款模擬 問題1/3

使用模擬器來計算各情境中的未知量。

- 若小葦
◆每月存60西德蘭元
◆存48個月
◆年利率4%
則她最終本利和共多少西德蘭元？
- 若小葦
◆想存到4000西德蘭元
◆存36個月
◆年利率8%
則她每月需存入多少西德蘭元？
- 若小葦
◆想存到6000西德蘭元
◆每月存入100西德蘭元
◆年利率10%
則她需存多久(幾個月)？

存款模擬

步驟1：選擇你想要模擬的項目：

步驟2：利用滑桿輸入相關變數的值(紅色標記部分)

存款期長： (月)

每月存款： (西德蘭元)

年利率： (%/年)

本利和： (西德蘭元)

模擬編號 #	存款期長 (月)	每月存款 (西德蘭元)	年利率 (%)	本利和 (西德蘭元)
1				
2				
3				
4				
5				

註：取自PISA 2021 MATHEMATICS FRAMEWORK (OECD, 2018a)，由臺灣PISA國家研究中心編修而成。

指數之美

問題1/3

根據右邊「指數之美」的說明，針對每一題的敘述，點選**正確**或**錯誤**的選項。

敘述	正確	錯誤
8^{16} 是 8^{15} 的8倍	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8^{10} 是8的10倍	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

指數之美

當你將同一個數字連乘時，可以用指數符號來表示你所做的動作。

例如：

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \quad (\text{4個8連乘})$$

和

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \quad (\text{6個7連乘})$$



指數之美 問題2/3

根據右邊「指數之美」的說明，點選一個選項來回答問題。

$$(-5)^{43} + (-1)^{43} + (5)^{43}$$

下列哪一個值是上式的計算結果？

- 1
- 1
- 0
- 5

指數之美

當你將同一個數字連乘時，可以用指數符號來表示你所做的動作。
例如：

$$8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \quad (\text{4個8連乘})$$

和

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6 \quad (\text{6個7連乘})$$



指數之美

問題3/3

根據右邊「指數之美」的說明，點選一個選項來回答問題。

7^{190} 的個位數字為何？

- 1
- 3
- 7
- 9

指數之美

下面所列是7的前9個次方。

注意這些數增長多快！

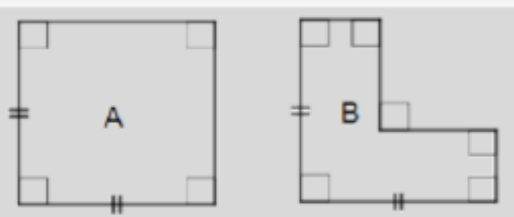
這些數的個位數字符合某種規則或規律，觀察此規律並回答問題。

$7^1 =$	7
$7^2 =$	49
$7^3 =$	343
$7^4 =$	2 401
$7^5 =$	16 807
$7^6 =$	117 649
$7^7 =$	823 543
$7^8 =$	5 764 801
$7^9 =$	40 353 607



總是/有時/從不
問題2/3

判斷下列敘述為總是正確、有時正確或從不正確。

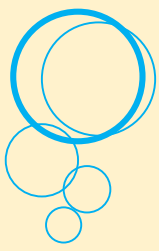
敘述	總是 正確	有時 正確	從不 正確
一個非負整數乘上自己本身之後結果會是偶數。	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
將一個非負整數加倍後會得到一個偶數。	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
將一個非負奇數分成一半後會得到一個非負整數。	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
$3x + 1 = \frac{6x + 2}{2}$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
A圖圖形的周長大於B圖圖形的周長。	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
若拋擲一個硬幣50次，結果會有25次正面朝上。	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

總是/有時/從不
問題3/3

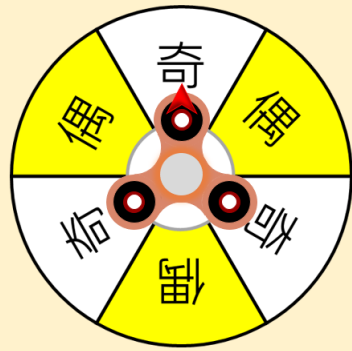
下列皆為**有時正確**的敘述。
針對每個敘述，舉出一個此敘述正確及一個此敘述不正確的例子。

敘述	敘述正確的例子	敘述不正確的例子
擁有最多硬幣的人，擁有的錢也最多。	在此輸入你的例子	在此輸入你的例子
$A - B = B - A$	在此輸入你的例子	在此輸入你的例子
如果將一個分數的分子（上方）及分母（下方）同時加上一樣的數，則此分數的值會變大。	在此輸入你的例子	在此輸入你的例子

PISA 2022



課中轉化：



轉盤A

- **1-1**：轉動1次出現的情況有哪些？出現的機率分別是多少？

【反思(事件描述)】

- **1-2**：你如何表示一回合中的各種可能，並算出每一種情況的機率呢？

各種情況的表示方法？

每一種情況的機率？

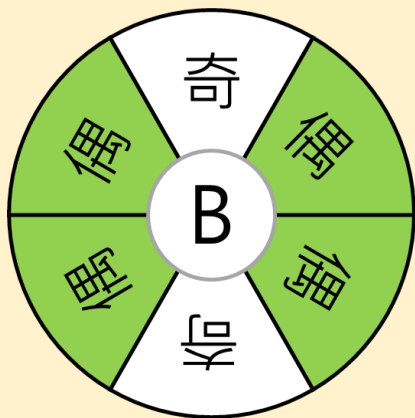
寫在小白板上，
表示方式越多種越好

【系統(找關係、建系統)】

- **1-3**：若連續玩1000回合，請你預測各種情況出現的回合數是多少？

【系統(找關係、建系統)】

任務二：



轉盤B

- **2-1**：轉動1次出現的情況有哪些？出現的機率分別是多少？

各種情況有哪些？

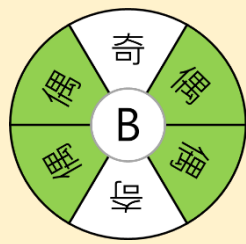
每一種情況的機率？

【系統(找關係、建系統)】

- **2-2**：轉動2次(一回合)，出現**2次奇數**的機率是多少？

【系統(找關係、建系統)】

任務二：



轉盤B

➤ **3**：下列有四種方式預測「玩轉盤B一回合，出現**2次奇數**的機率」，請想想是否合理？請解釋你的判斷？

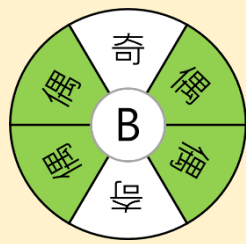
(1)：以自己玩轉盤A的結果來推論，是合理的：同意 不同意
理由：？

【批判(察覺矛盾)、(說理反駁)】

(2)：用玩轉盤A的全班數據來推論，是合理的：同意 不同意
理由：？

【批判(察覺矛盾)、(說理反駁)】

任務二：



轉盤B

➤ **3**：下列有四種方式預測「玩轉盤B一回合，出現**2次奇數**的機率」，請想想是否合理？請解釋你的判斷？

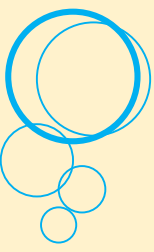
(3)：要用轉盤B玩10回合，再來推論，才合理：同意 不同意
理由：？

【反思(詮釋了解)】

(4)：不用玩也可以算出來，是合理的：同意 不同意
理由：？

【反思(詮釋了解)】

【批判(說理反駁)】



課後評量設計 (106 會考第 6 題)

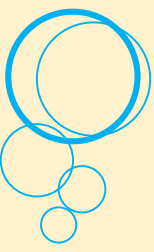
阿信、小怡兩人打算搭乘同一班次電車上學。若此班次電車共有 5 節車廂，且阿信從任意一節車廂上車的機會相等，小怡從任意一節車廂上車的機會相等，則兩人從同一節車廂上車的機率為何？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{25}$

命題依據：D-4-04能在具體情境中認識機率的概念

評量目標：評量學生是否能利用樹狀圖求出情境中的機率

通過率：B 0.68



課後評量設計(示例)

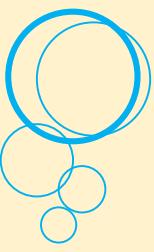
基哥、小溢兩人打算搭乘同一班次電車上學。若此班次電車共有3節車廂，這3節車廂中1節有廁所，另外2節沒有廁所，且兩人從任意一節車廂上車的機會相等。

- (1).兩人從同一節車廂上車的機率為何？
- (2).兩人從同一節車廂上車且此車廂有廁所的機率為何？
- (3).基哥認為沒有廁所的車廂比較多，所以兩人所上的車廂都沒有廁所的機率最大，也不會有和它機會一樣大的情況。

你 同意 不同意 該同學的看法。

如果同意，請說明你的理由是：

如果不同意，請給出正確的想法：



課後評量設計(示例)

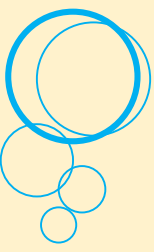
一籤筒內有五支籤，分別標記號碼 1、2、3、4、5。已知小武以每次取一支且取後放回的方式，取兩支籤，若每一種結果發生的機會都相同，小武認為奇數的籤比偶數的籤多一支，所以這兩支籤的號

碼數總和是奇數的機率會大於 $\frac{1}{2}$ ，你同意該同學的看法嗎？如果同

意，請說明你的理由，如果不同意，請給出正確的想法。

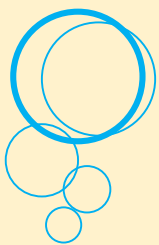
□ 同意，理由是：

□ 不同意，理由是：



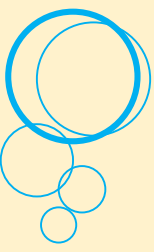
參、國中教育會考

素養導向試題的五大特色



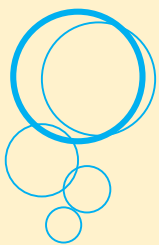
師大心測中心陳柏熹主任

- 題目情境主要是以生活問題解決為主，有些評量到單一能力，有些評量到綜合能力。
- 題目閱讀量高，用以清楚描述問題情境，常配合圖表或數據資料。
- 不只有單題，也常以題組形式呈現，受測者看完題目情境後會回答多道試題。
- 評量目標不僅有學科知識或學習內容，更希望評量到由學科知識或學習內容所延伸出來對知識概念的判斷、應用或生活問題的解決。
- 不只有選擇題，也會有非選擇題。



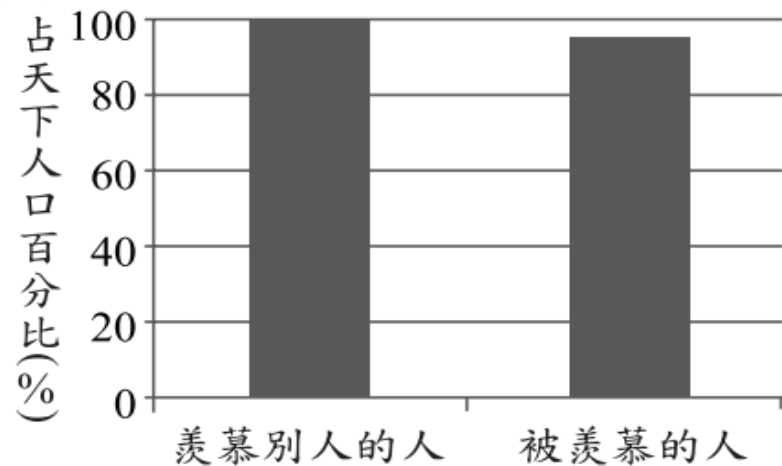
核心素養之定義 與 素養導向「紙筆測驗」之要素

- (一) 紙筆測驗應包含素養導向試題，也應保留評量重要知識與技能的試題，但應盡量避免機械式記憶與練習之題目。
- (二) 素養導向的紙筆測驗強調運用跨領域核心素養或是領域 / 科目核心素養以理解或解決真實情境中的問題。
- (三) 素養導向試題的設計應盡量符合真實而合理的問題情境，避免不合理或不必要的情境安排。

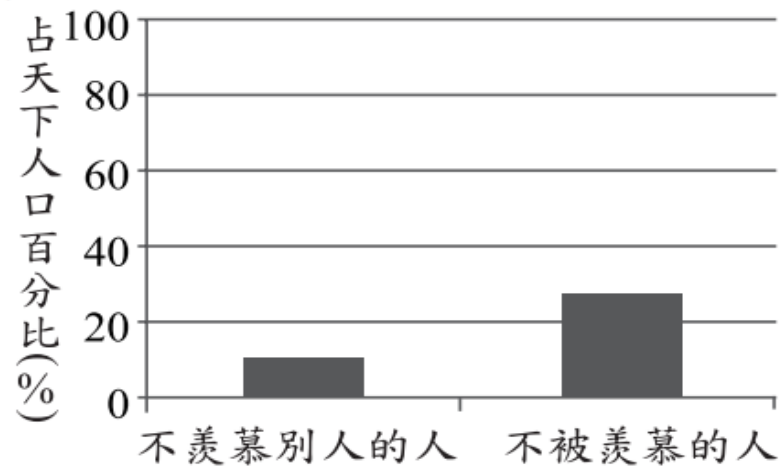


22. 周老師在黑板上寫道：「天下沒有一個人從不羨慕別人，只有少數人從沒被別人羨慕過。」她請學生以圖表來表示這句話，下列哪一張圖表最恰當？

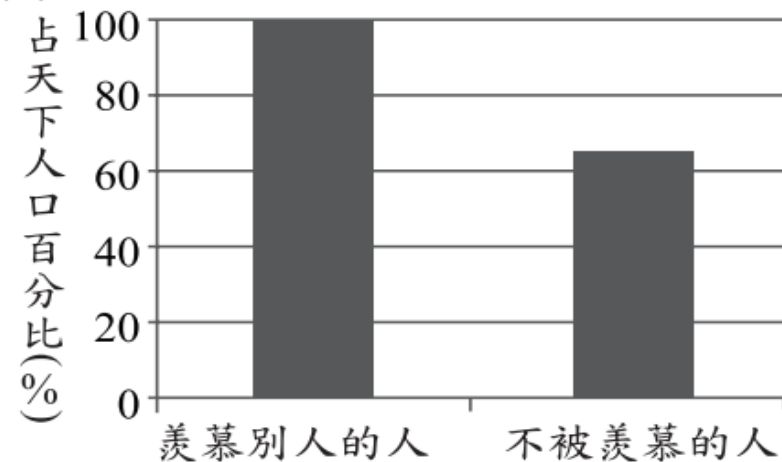
(A)



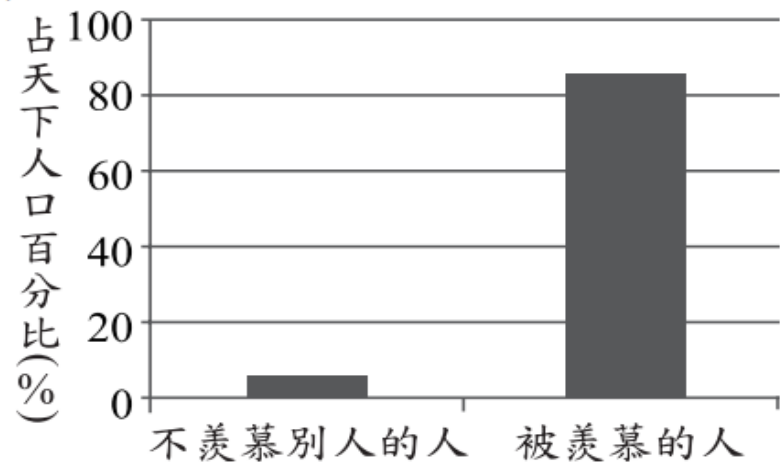
(B)



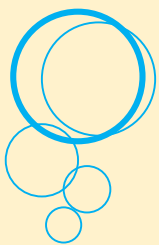
(C)



(D)

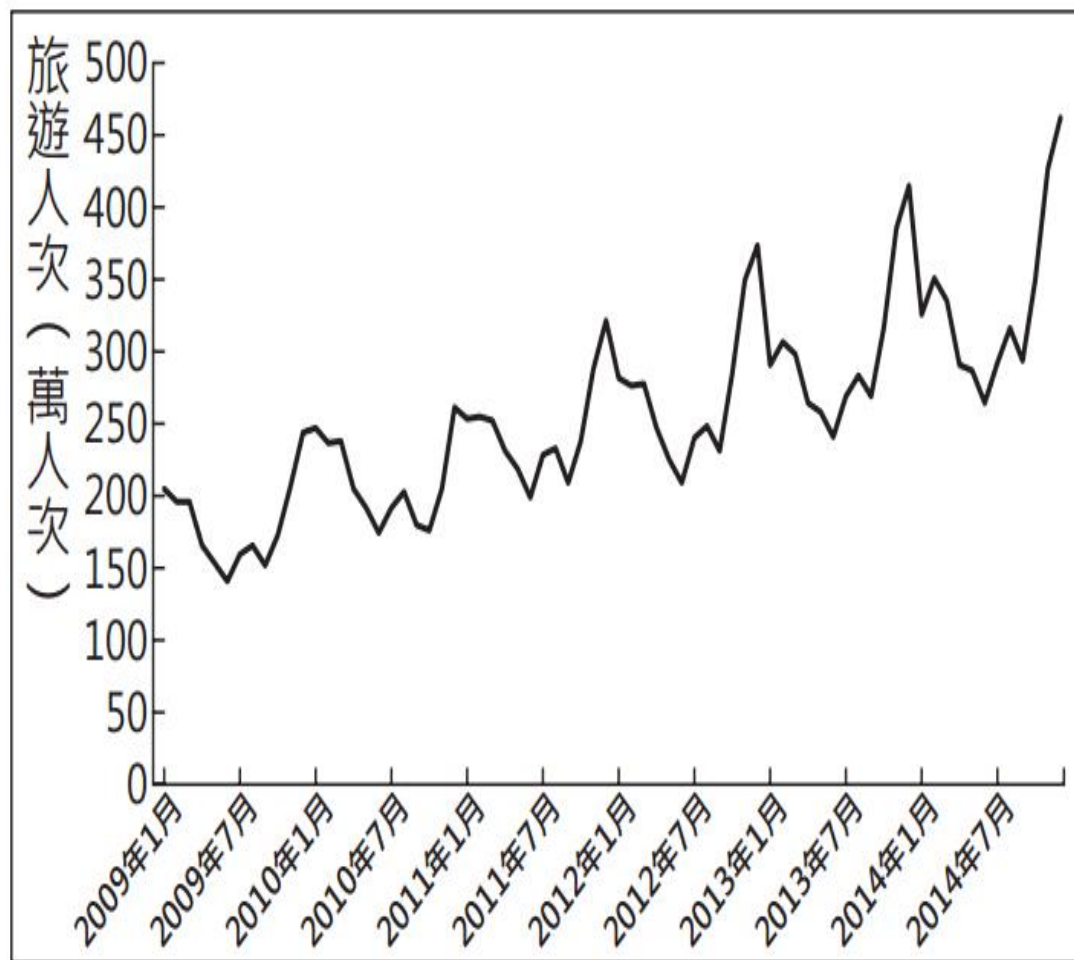


通過率：



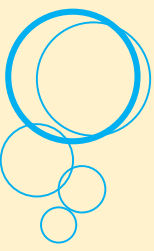
32. 圖(十三)為中國某行政區2009至2014年接待的國內旅遊人次統計，若根據旅遊者夏季會傾向至避暑勝地，冬季則至避寒勝地旅遊的特性來判斷，右圖最可能是下列何地的資料？

- (A) 山東省
- (B) 海南省
- (C) 黑龍江省
- (D) 西藏自治區



圖(十三)

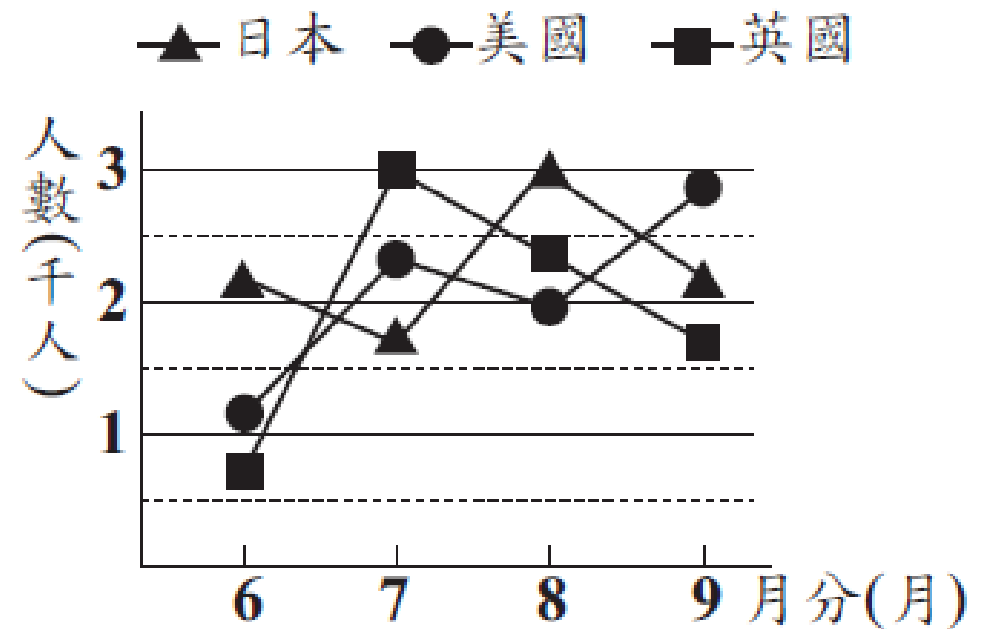
會考數學領域範例試題-110(9)



9. 圖(四)為甲城市6月到9月外國旅客人數的折線圖。根據圖(四)判斷，哪一個月到甲城市的外國旅客中，旅客人數最少的國家是美國？

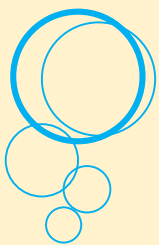
- (A) 6
- (B) 7
- (C) 8
- (D) 9

通過率：0.77



圖(四)

會考數學領域範例試題-110(11)



11. 動物園準備了 100 張刮刮樂，打算送給開幕當日的前 100 位遊客每人一張，其中可刮中獎品的刮刮樂共有 32 張，表（一）為獎品的種類及數量。若小柏為開幕當日的第一位遊客，且每張刮刮樂被小柏拿到的機會相等，則小柏刮中玩偶的機率為何？

表（一）

獎品	數量
北極熊玩偶一個	1
獅子玩偶一個	1
造型馬克杯一個	10
紀念鑰匙圈一個	20

(A) $\frac{1}{2}$

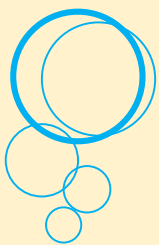
(B) $\frac{1}{16}$

(C) $\frac{8}{25}$

(D) $\frac{1}{50}$

通過率：0.64

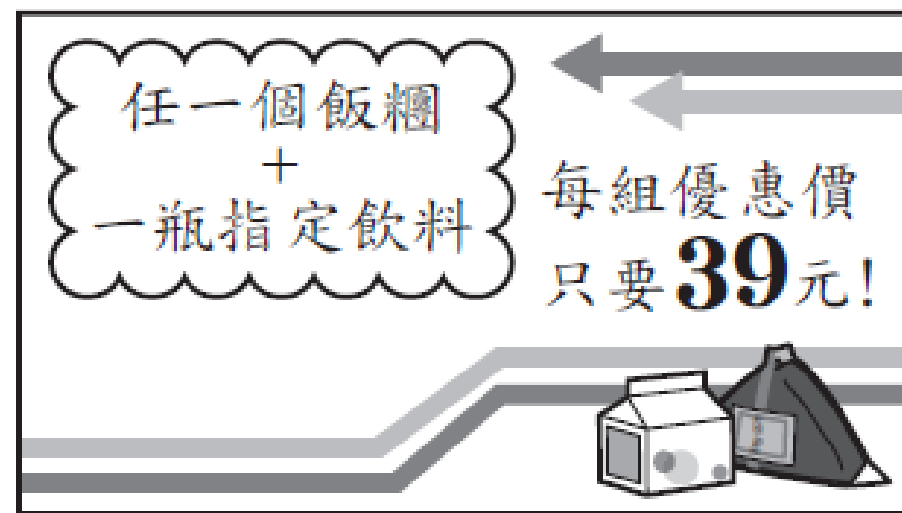
會考數學領域範例試題-110(16)



16. 圖(六)為某超商促銷活動的內容，今阿賢到該超商拿相差4元的2種飯糰各1個結帳時，店員說：「要不要多買2瓶指定飲料？搭配促銷活動後2組優惠價的金額，只比你買2個飯糰的金額多30元。」若阿賢只多買1瓶指定飲料，且店員會以對消費者最便宜的方式結帳，則與原本只買2個飯糰相比，他要多付多少元？

- (A) 12
- (B) 13
- (C) 15
- (D) 16

通過率：0.58



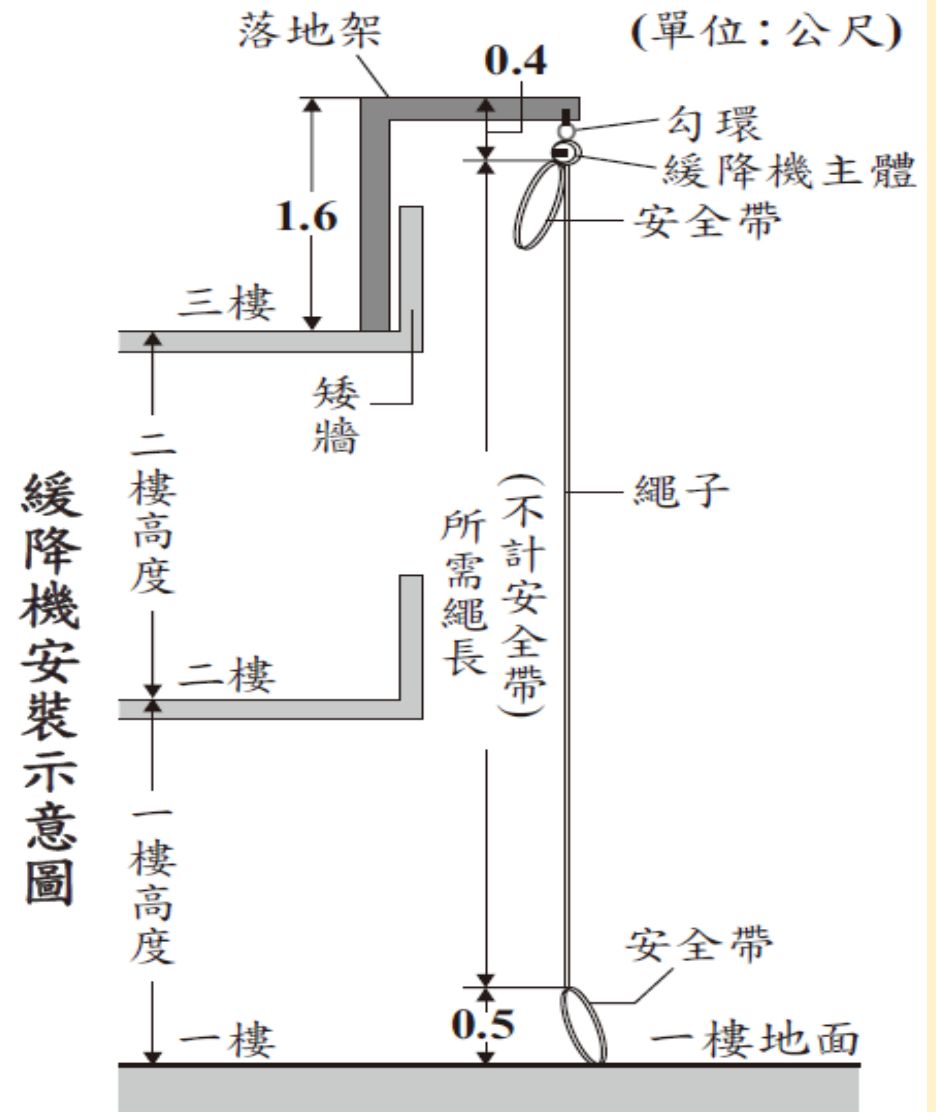
圖(六)

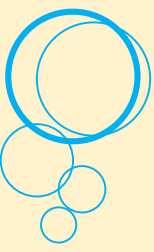
會考數學領域範例試題-111(16)

16. 緩降機是火災發生時避難的逃生設備，圖(七)是廠商提供的緩降機安裝示意圖，圖中呈現在三樓安裝緩降機時，使用此緩降機直接緩降到一樓地面的所需繩長(不計安全帶)。若某棟建築的每個樓層高度皆為3公尺，則根據圖(七)的安裝方式在該建築八樓安裝緩降機時，使用此緩降機直接緩降到一樓地面的所需繩長(不計安全帶)為多少公尺？

- (A) 21.7
- (B) 22.6
- (C) 24.7
- (D) 25.6

D 通過率：55%

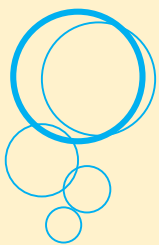




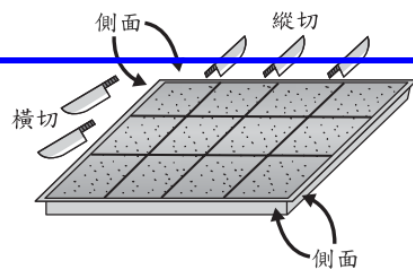
會考非選(素養)題的結構

- 一個情境問2個獨立問題
- 情境
 - 情境可想像/理解但未必生活
 - 圖文並呈，無關的多餘資訊不多
- 條件
 - 題幹內含數學條件與說明圖示
 - 小題可再加條件
 - 次小題或可沿用前小題再加條件
- 提問
 - 含答案的開放性與說理性要求

條件+提問
決定此(小)題的
數學內涵



2. 凱特平時常用底面為矩形的模具製作蛋糕，並以「平行於模具任一邊」的方式進行橫切或縱切，橫切都是從模具的左邊切割到模具的右邊，縱切都是從模具的上邊切割到模具的下邊。用這種方式，可以切出數個大小完全相同的小塊蛋糕。在切割後，他發現小塊蛋糕接觸模具的地方外皮比較焦脆，以圖(十四)為例，橫切2刀，縱切3刀，共計5刀，切出 $(2+1) \times (3+1) = 12$ 個小塊蛋糕，其中側面有焦脆的小塊蛋糕共有10個，所有側面都不焦脆的小塊蛋糕共有2個。



請根據上述切割方式，回答下列問題，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程：

- (1) 若對一塊蛋糕切了4刀，則可切出幾個小塊蛋糕？請寫出任意一種可能的蛋糕塊數即可。
- (2) 今凱特根據一場聚餐的需求，打算製作出恰好60個所有側面都不焦脆的小塊蛋糕，為了避免勞累並加快出餐速度，在不超過20刀的情況下，請問凱特需要切幾刀，才可以達成需求？請寫出所有可能的情形。

小題加
設條件

1. 品沏飲料店提供三種品項，其對應兩種容量的價格如圖（二十）所示。

品項	中杯 (750毫升)	大杯 (1000毫升)
古早味紅茶	30元	45元
百香綠茶	35元	50元
珍珠奶茶	50元	65元



圖（二十）

情境

條件

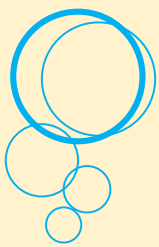
提問

品沏飲料店的老闆規劃回饋活動，凡自備容器購買飲料者，每種品項中杯皆折扣2元、大杯皆折扣5元。

請根據上述資訊，回答下列問題：

- (1) 老闆收到顧客反映，有些品項在自備容器後大杯的每毫升價格還是比中杯的貴，請問是圖（二十）中的哪些品項？
- (2) 若老闆想要讓所有品項在自備容器後大杯的每毫升價格都比中杯的便宜則他應將大杯的折扣都至少改成多少元？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

小題加設條件

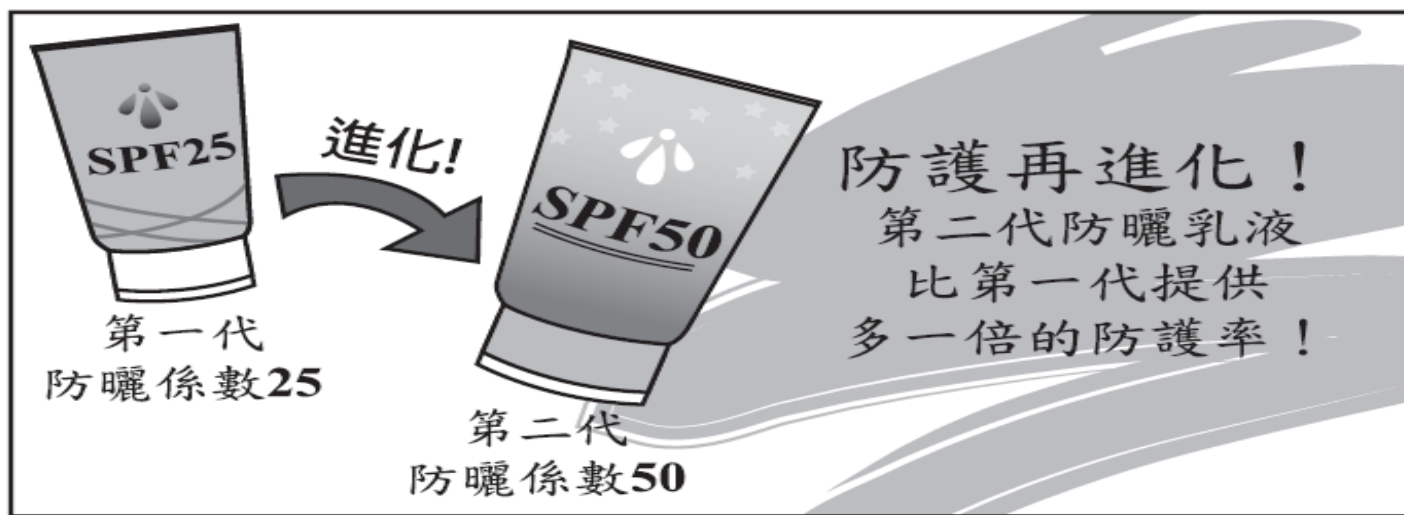


1. 市面上販售的防曬產品標有防曬係數**SPF**，而其對抗紫外線的防護率算法為

$$\text{防護率} = \frac{\text{SPF} - 1}{\text{SPF}} \times 100\% , \text{其中 } \text{SPF} \geq 1。$$

請回答下列問題：

- (1) 廠商宣稱開發出防護率 **90%** 的產品，請問該產品的 **SPF** 應標示為多少？
- (2) 某防曬產品文宣內容如圖（二十）所示。



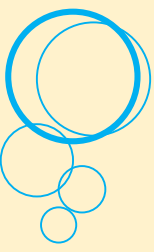
圖（二十）

請根據 **SPF** 與防護率的轉換公式，判斷此文宣內容是否合理，並詳細解釋或完整寫出你的理由。

分項能力：分析思考

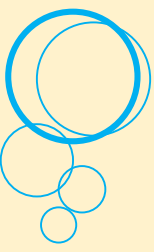
評量目標：能理解情境中的數量關係，並利用分數四則運算推論合理性

得分分析0-3：



評量了什麼能力？

- 1.理解模型(生活中的數學式子)
- 2.推理
- 3.溝通
- 4.批判性思考



評量了什麼解題素養？

1. 閱讀理解

2. 形成問題(找出要判斷的是：
第二代是否比第一代提供多一倍的防護率？
形成算出防護率做判斷的問題。)

3. 應用數學解決問題

4. 詮釋答案(如:SPF25防護率已達96%,不可能2倍)

從國中教育會考談起防曬乳液試題

(1)利用生活常識：

$$\frac{24}{25} = 96\%$$

$$96\% \times 2 = 192\% > 100\% ,$$

不合理

(2)利用題目條件：

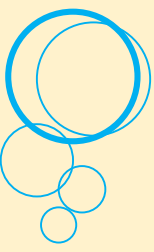
SPF25為 96%

令SPF x 時為192%

$$\frac{x - 1}{x} \times 100\% = 192\%$$

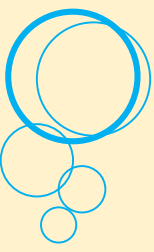
$$x = -\frac{25}{23} \text{ (不合, SPF} \geq 1)$$

不合理



肆、桃園試模擬試題

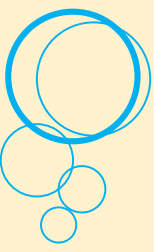
桃園試模擬試題- 107



7. 根據美國醫學會雜誌報導，當空氣中 PM 2.5 的濃度長期高於 $10 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ，就會帶來死亡風險的上升。所謂「PM 2.5」是指直徑小於或等於 2.5 微米的懸浮微粒，而登革熱病毒則是直徑約 40~50 奈米的球形病毒，已知 1 微米 = 10^{-6} 公尺，1 奈米 = 10^{-9} 公尺，試問：2.5 微米是 50 奈米的多少倍？

- (A) $\frac{1}{50}$
- (B) $\frac{1}{20}$
- (C) 20
- (D) 50

桃園試模擬試題- 107



23. 全連超級市場舉辦週年慶活動，活動內容如下：如果一次購物不超過 600 元，則一律打九折優惠；如果購物超過 600 元，則 600 元的部分打九折，超過 600 元的部分則打八折。小雄第一天去購物付款 495 元，第二天再去購物之後，他查看了兩天的交易明細，發現共節省了 135 元，試問如果他在第一天就購回所有商品，則可以節省多少元？

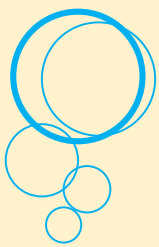
(A) 190

(B) 180

(C) 160

(D) 150

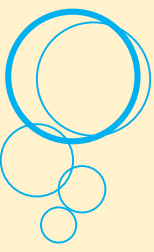
桃園試模擬試題- 108



24. 根據科學家研究，全球性暖化會造成一部分冰川融化，大約在冰川消失的十二年後，有一種微小的植物—地衣，會開始在岩石間生長，而地衣會以近似圓形的方式成長增大。地衣圓形的直徑與冰川消失後年數之間的關係約可用右列公式來表示： $d = 7 \times \sqrt{t - 12}$ ， $t \geq 12$ ，其中 d 表示圓形直徑(毫米)， t 表示冰川消失後的年數。若安安測量出某地區地衣的直徑為 42 毫米。請問在這地區的冰川是多少年前消失？

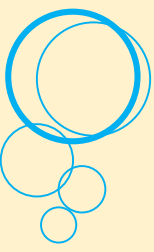
- (A) 18 年
- (B) 28 年
- (C) 36 年
- (D) 48 年

桃園試模擬試題- 108



26. 根據研究，人的最大心跳率和個人年齡有關，在醫學實務上我們常用下列公式預測：
- 建議的最大心跳率 = $220 - \text{年齡}$ ，但是最近的研究顯示這個公式應略為修正。新的公式如下：
- 建議的最大心跳率 = $208 - (0.7 \times \text{年齡})$ 。某家報紙報導：「若使用新的公式，年輕人的每分鐘最大心跳數會略為減少，而老年人會略為增加，以 20 歲的年輕人為例，舊公式最大心跳率為 $= 220 - 20 = 200$ ，新公式最大心跳率 $= 208 - (0.7 \times 20) = 194$ 」。請問從幾歲開始使用新公式推算的最大心跳率會比舊公式推算的結果增加？
- (A) 41
(B) 42
(C) 43
(D) 44

桃園試模擬試題- 109



「倍速播放」是一種加快影片播放速度的功能，其中「原播放時間長度等於播放速度的倍速乘加速後所需要的播放時間」。衛生福利部爲了防治 COVID-19(武漢肺炎)製作了一部 25 分鐘的防疫影片，但是學校只有 20 分鐘的時間播放，因此學校應該要用多少倍速，才能剛好將影片播放完呢？

(A) 0.8

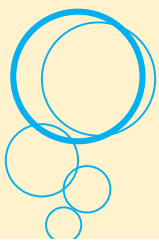
(B) 1.25

(C) 1.5

(D) 2



桃園試模擬試題- 109



15. 外送平台富胖達 12 月份單筆消費不限金額，皆可享有八折優惠(外送費另計)。爲了慶祝聖誕節，再提供優惠方案，如表(二)。小明聖誕節時，分別於富胖達訂購了小火鍋 400 元，以及 1 杯珍奶(100 元以下)，這兩筆單小明付款 500 元給外送員，外送員找了 72 元給小明。小明忘了珍奶的定價是多少元，試問下列哪一個方程式可以幫他算出來？設 1 杯珍奶的定價爲 x 元。

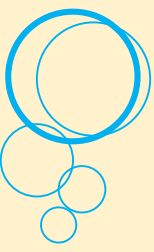
- (A) $(400 + x) \times 0.95 + 60 = 500 - 72$
- (B) $(400 \times 0.8 \times 0.95 + 0.8x) + 60 = 500 - 72$
- (C) $(400 + x) \times 0.8 \times 0.95 + 60 = 500 - 72$
- (D) $(400 \times 0.8 \times 0.95 + 0.8x) + 30 = 500 - 72$

表(二)

優惠方案	
外送費	30 元/單
單筆消費滿 300 元 (不含外送費)	再享九五折



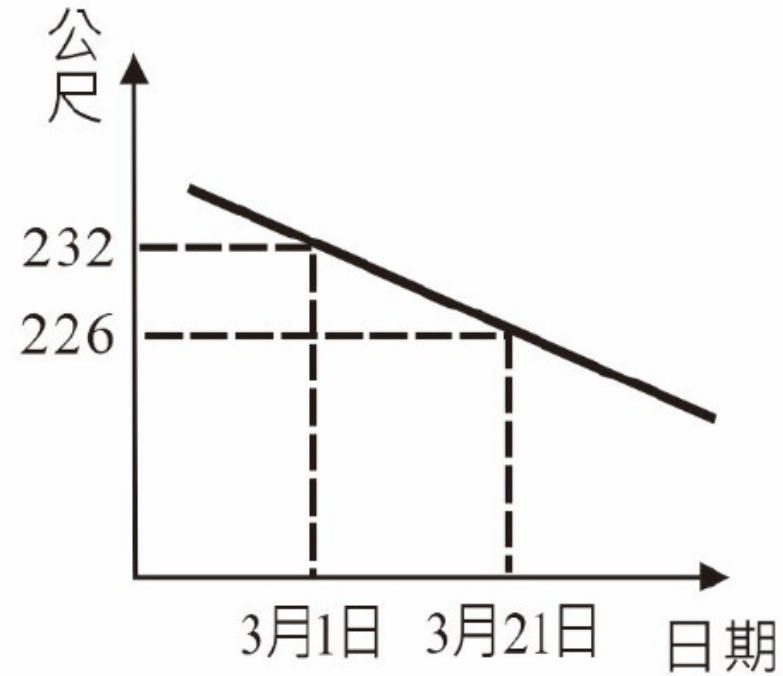
桃園試模擬試題- 110



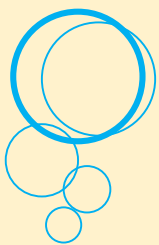
19. 台灣今年在 6 月前，因為許久不下雨，造成許多水庫蓄水量幾近枯竭。石門水庫在今年 3 月初到 5 月底未下大雨期間，水位(公尺)與日期恰好成線型函數，如圖(十一)，試問在 5 月 20 日時，水位會降至幾公尺？

- (A) 202
- (B) 204
- (C) 206
- (D) 208

圖(十一)



桃園試模擬試題- 110

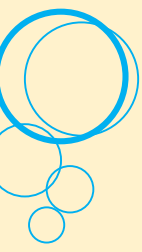


10. 有一台功能正常但按鍵 1 與 8 壞掉的電子計算機，如圖(七)，若要使用計算機計算 963×81 ，則下列方式何者有誤？

- (A) $963 \times 9 \times 9$
- (B) $963 \times 90 - 963 \times 9$
- (C) $963 \times 90 - 9$
- (D) $963 \times 77 + 963 \times 4$



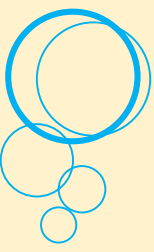
圖(七)



桃園試模擬試題- 111

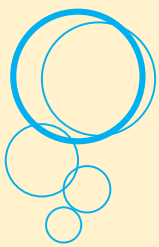
不是由

數學輔導團命題



伍、如何創造養題？

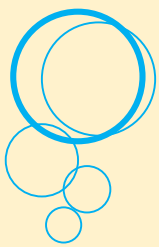




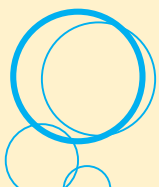
素養三法



素養三法評量設計



原題：

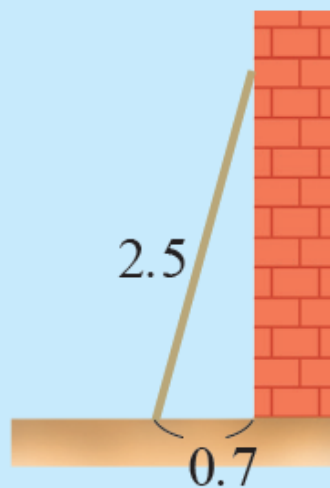


例5 畢氏定理的應用

自評 P106、107 第 3、4 題

如圖，翰翰把長 2.5 公尺的筆直竹竿放在離牆腳 0.7 公尺處。

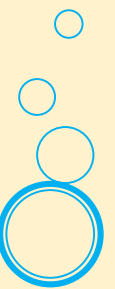
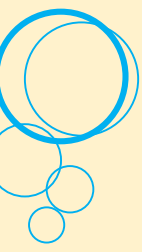
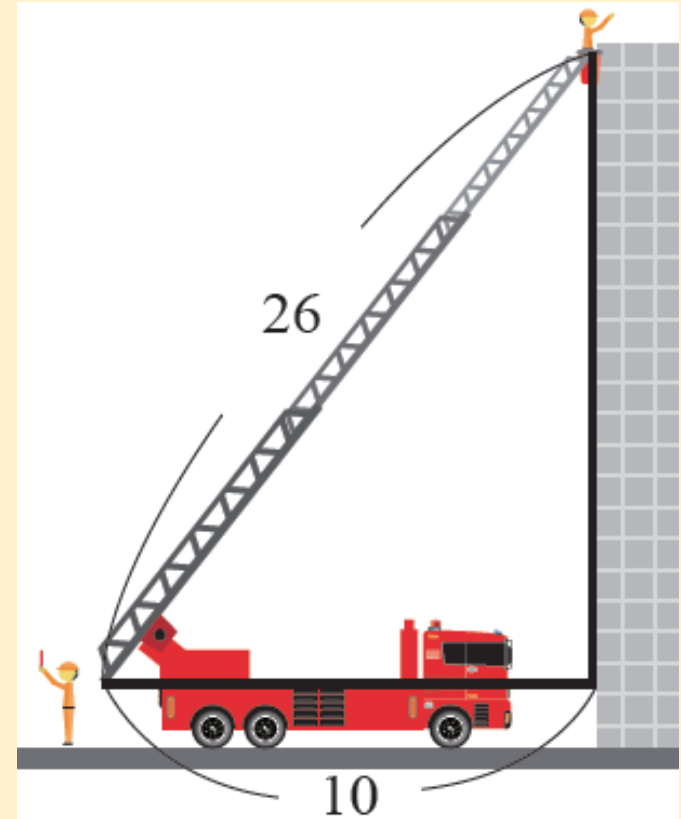
- (1) 竹竿頂離地面多少公尺？
- (2) 如果翰翰覺得竹竿架得太高了，想要降低 0.4 公尺，則應將竹竿底部放在離牆腳幾公尺處？



法一(改頭換面)：

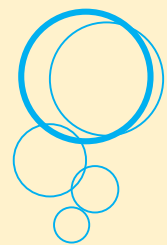
以舊有題材，僅做些微(外表或形式)的變動，產生效果

1. 有一輛雲梯車長為10公尺，雲梯離地1公尺，雲梯最大能伸長原長為26公尺，則此雲梯車能救人的最大高度幾公尺？



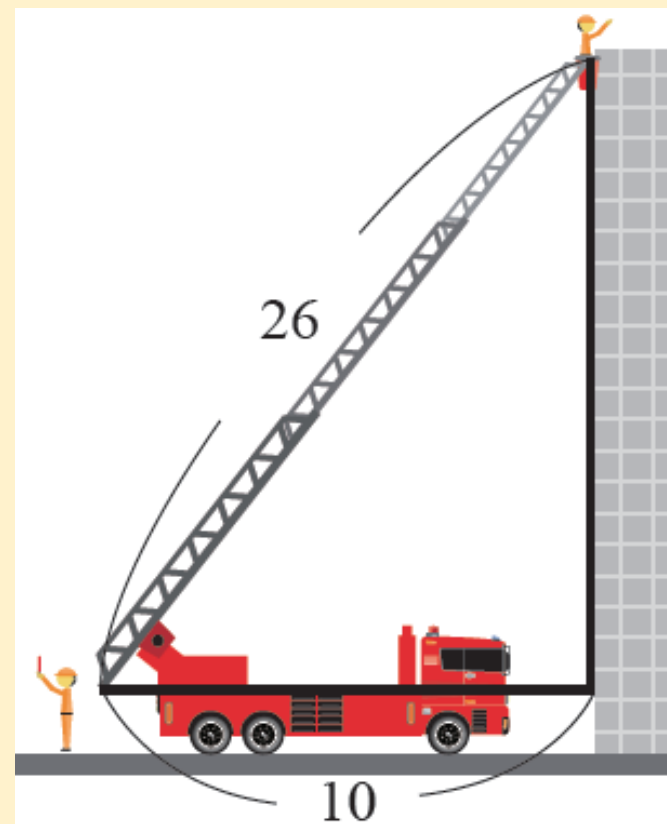
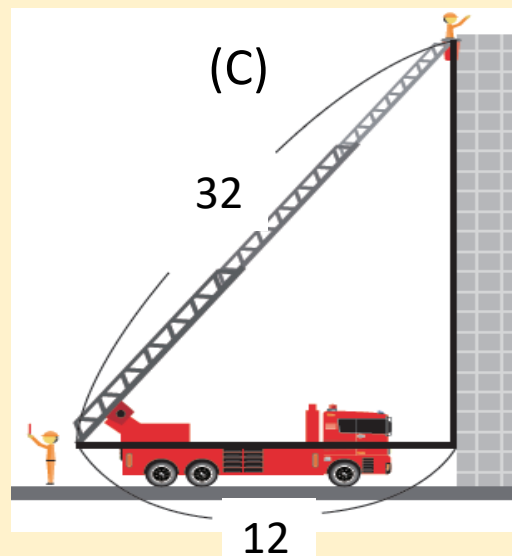
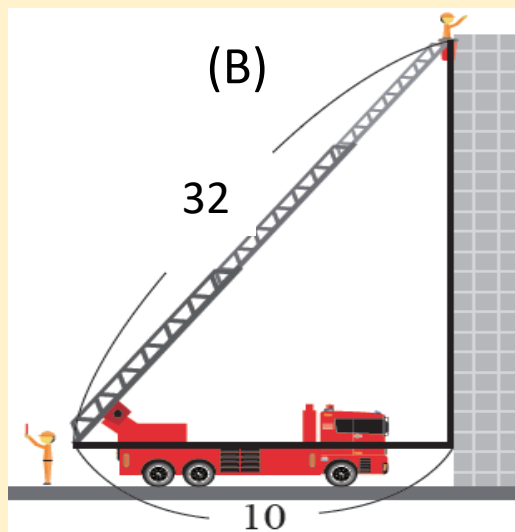
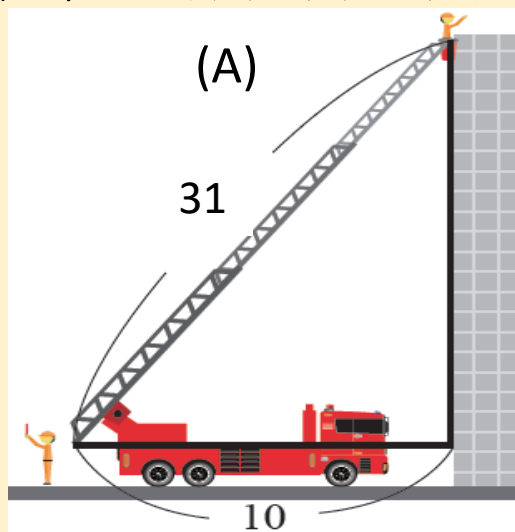
法二(脫胎換骨)：

以舊有題材，做較大(例如，實質內涵)的變動，產生效果。



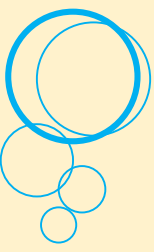
2.如果雲梯縮短了6公尺長度，救人的高度也會下降6公尺是嗎？請說明理由。

3.現在一棟大樓在10樓的位置(高30公尺)的位置有人需要救下來
請問下列三款雲梯車，哪一台能順利到達適合的高度，將人救下來？請說明理由。



法三(破殼而出)：

以創新的題材，產生效果。



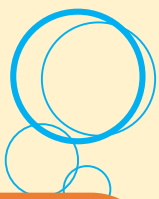
圖中的電視機是16:9的75吋電視機。
阿成家的電視櫃的長是160公分，
寬是100公分，
請問買了這台電視機回家，
家中電視櫃放得下嗎？

(1吋=2.54公分)



現場練習 - 改頭換面

以舊有題材，僅做些微(外表或形式)的變動，產生效果

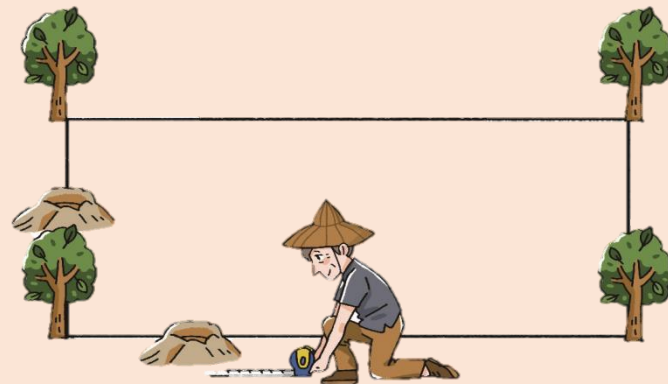


原題1

例 8 間隔問題

搭配課本p119

王伯伯有一塊長 315 公尺、寬 135 公尺的長方形土地，他想在其周圍種樹，相鄰兩棵樹之間的距離要相等，且四個頂點都種，則相鄰兩棵樹之間的距離最大是幾公尺？此時總共要種幾棵樹？



解 因為相鄰兩棵樹之間的距離要相等，
所以必須是 315 和 135 的公因數，
且最大距離是 315 和 135 的最大公因數。

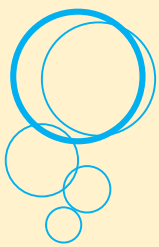
$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 315 \quad 135} \\
 \underline{157 } \\
 157 \\
 \underline{157 } \\
 0 \\
 3 \overline{) 63 \quad 27} \\
 \underline{31 } \\
 31 \\
 \underline{31 } \\
 0 \\
 3 \overline{) 21 \quad 9} \\
 \underline{14 } \\
 14 \\
 \underline{14 } \\
 0 \\
 7 \\
 3
 \end{array}$$

$$(315, 135) = 5 \times 3 \times 3 = 45$$

所以相鄰兩棵樹之間的最大距離是 45 公尺，
長方形土地周長為 $(315 + 135) \times 2 = 900$ (公尺)，
 $900 \div 45 = 20$ (棵)， 所以總共要種 20 棵樹。



原題2



3-1

自我評量

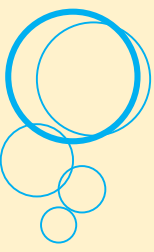
南一國中數學

搭配頁碼 P.174



3 一台研磨機在運轉 3 秒後開始研磨咖啡豆，

解 且之後每秒運轉可磨 4 公克的咖啡豆。若要磨 x 公克的咖啡豆，則研磨機需要運轉 $3 + \frac{1}{4}x$ 秒。若要磨 100 公克的咖啡豆，則研磨機需要運轉 28 秒。



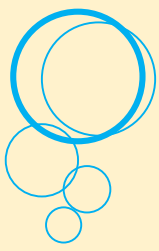
原題3

108翰林版 第二冊 3-1比例式

例8 生活中的比例應用

在80公克的水中放入20公克的食鹽，完全溶解後，變成100公克的食鹽水，則：

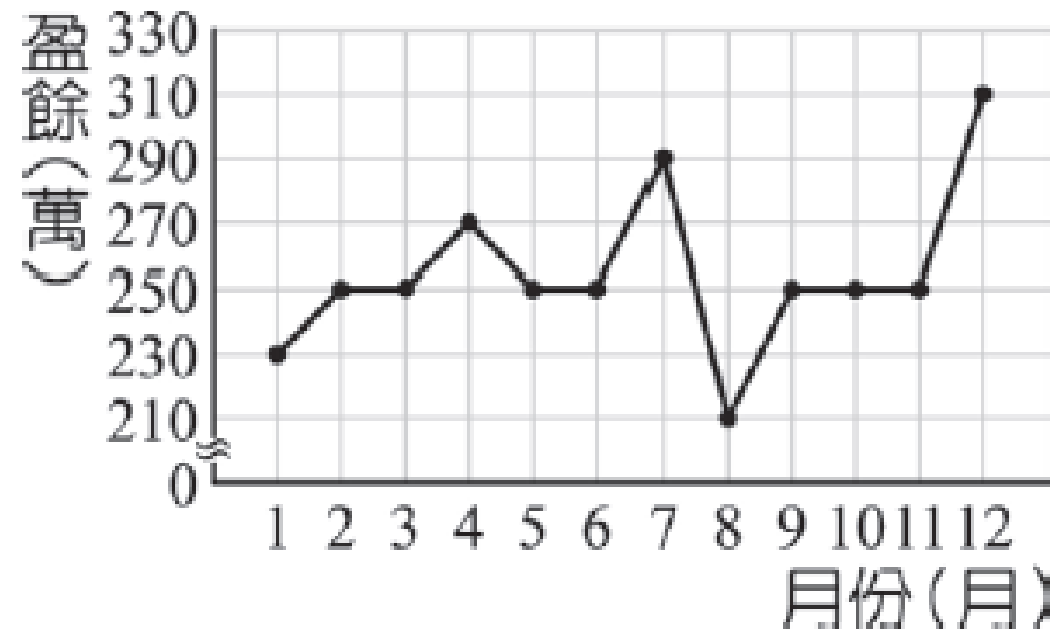
- (1) 食鹽與食鹽水的比為何？
- (2) 若取出30公克的食鹽水，則其中含有食鹽多少公克？



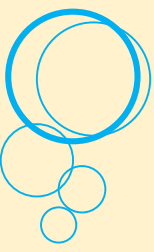
原題4

右圖為某公司在 96 年度每月的盈餘狀況（以萬元計），則：

- (1) 該公司每月盈餘的平均數是多少萬元？（4 分）
- (2) 中位數為何？（4 分）
- (3) 眾數為何？（4 分）



出處：翰林國中數學108數學7下教師補充資源-基礎測驗卷
第5章複習(5-1~5-2) 三、計算題-第3題



請依照分配的原題

將題目**改頭換面**並發表

計時20分鐘，開始！

作業

請各組設計4題素養評量非選擇題，
並實際讓學生作答且蒐集學生的作答樣卷
完成word作業單於下學期指定時間內上傳雲端
並製作PPT於下學期工作坊發表

十二年國民基本教育數學領域課程綱要

學習重點	學習表現	<p>a-IV-1 理解並應用符號及文字敘述表達概念、運算推證明。</p> <p>a-IV-2 理解一元一次方程式及其解的意義，能以等量公理與移項法則求解和驗算，並能運用到日常生活的情境解決問題。</p>	數學領域 核心素養 具體內涵	<p>數-J-A2 <u>具備有理數、根式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。</u></p>
	學習內容	<p>A-7-1 代數符號：代數符號與運算；以代數符號表徵交換律、分配律、結合律；以符號紀錄生活中的情境問題。</p> <p>A-7-2 一元一次方程式的意義：一元次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元次方程式。</p> <p>A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則驗算；應用問題。</p>		

(二) 題目

快樂超級市場舉辦週年慶活動，活動內容如下：如果一次購物不超過**500**元，則一律打九折優惠；如果購物超過**500**元，則其中**500**元的部分打九折，超過**500**元的部分則打八折。小雄第一天去購物付款**432**元，第二天再去購物之後，他查看了兩天的交易明細，發現共節省了**128**元，試問如果他在第一天就購回所有商品，則可以節省多少元？並請說明理由。

(三) 評量目標

本示例針對數學領域中，「代數」主題的「一元一次方程式」次主題設計。本題旨在評量學生是否能分析未知數量關係，並提出支持性的理由。

題目二

(一) 與十二年國民基本教育課程綱要對應說明

學習重點	學習表現		數學領域 核心素養 具體內涵	
	學習內容			

(二) 題目

(三) 評量目標

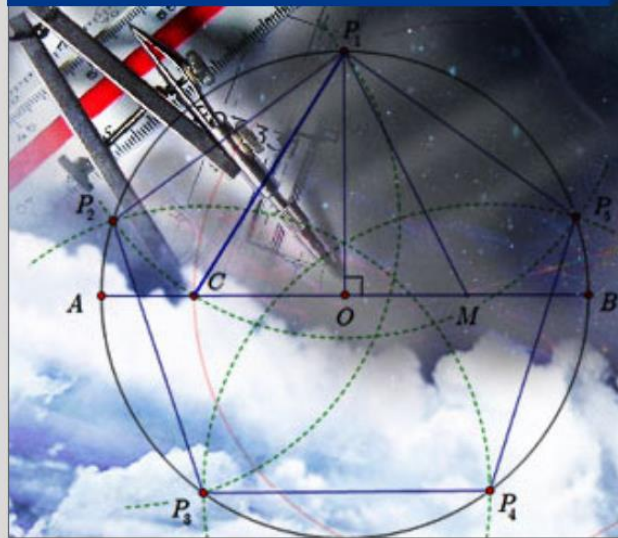
(四) 參考答案

(請寫出每一題的參考答案，若題目為開放性題目，請寫出預期的所有答案或關鍵字)

(五) 學生作答樣卷

(請將您設計的試題實際給學生作答，並蒐集學生作答結果)





數學素養

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$



您有 0 個新評

首頁 我的任務 班級討論版 課程學習 我的診斷報告

科別 ▶ 數學

自然

程式設計

請選擇類別

素養導向

請選擇學習階段

全部階段

- | | | | |
|----------------|------------------|----------------|------------------|
| 搭飛機算時間 → | 人口概算 → | 買早餐 → | 汽車加油 → |
| 怎麼買票 → | 算熱量 → | 每日鮮乳攝取量 → | 丟骰子機率 → |
| 披薩晚餐 → | 買玩偶 → | 徵工讀生 → | 巧克力比較問題 → |
| 花博公車時間問題 → | 求隧道拋物線函數 → | 基礎代謝率 → | 夾娃娃機 → |
| 代數-客單價 → | 代數-坡度 → | 代數-路跑 → | 代數-卡洛格轉換 → |
| 函數-凱薩密碼 → | 數與量-鋼琴鍵盤 → | 數與量-印刷店 → | 數與量-一定不一定一定不 → |
| 數與量-大麥克指數 → | 數與量-口罩 → | 空間與形狀-八角星 → | 資料與不確定性-臺灣手... → |
| 資料與不確定性-箱內取球 → | 資料與不確定性-薪資長... → | 資料與不確定性-高速公路 → | |